

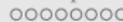


Cuatro conexiones entre Arte, Filosofía y Matemática

Andrés Villaveces - *Universidad Nacional de Colombia - Bogotá*

ENHEM 2018

Universidad del Cauca - Popayán - Octubre de 2018

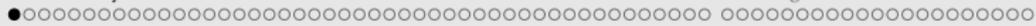


1 - Estética y Matemática

2 - Categoricidad en Matemática - Perfección en Arte

3 - Simplicidad - El “Problema” 24 de Hilbert

4 - Infinito en Arte y Matemática



Capítulo 1

1 - Estética y Matemática



UNA CONVERSACIÓN EN UN TRANVÍA (MAYO DE 2016)



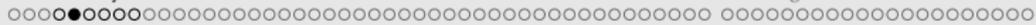
UNA CONVERSACIÓN EN UN TRANVÍA (MAYO DE 2016)

- ▶ **Juliette Kennedy:** ... Está bien, pero de dónde exactamente surge la lógica interna de esas clases de estructuras? ¿Cómo están entrelazadas con la lógica? - Esas clases nos son dadas semánticamente y sin embargo ¿surge de ellas una lógica! ¿De dónde? ¿Cómo exactamente? Y si la lógica es implícita, ¿qué la enmarca? ¿Dónde se proyecta?

UNA CONVERSACIÓN EN UN TRANVÍA (MAYO DE 2016)

- ▶ **Juliette Kennedy:** ... Está bien, pero de dónde exactamente surge la lógica interna de esas clases de estructuras? ¿Cómo están entrelazadas con la lógica? - Esas clases nos son dadas semánticamente y sin embargo ¿surge de ellas una lógica! ¿De dónde? ¿Cómo exactamente? Y si la lógica es implícita, ¿qué la enmarca? ¿Dónde se proyecta?
- ▶ **AV:** Pero Juliette, ¿por qué la pregunta a ese nivel de profundidad? ¿Por qué abandonar un área segura? ¿Por qué la insistencia?
- ▶ **JK:** Bueno, quisiera saber cuál es nuestro **punto base** como lógicos, como matemáticos. Ir más allá de las discusiones originales ontológicas...



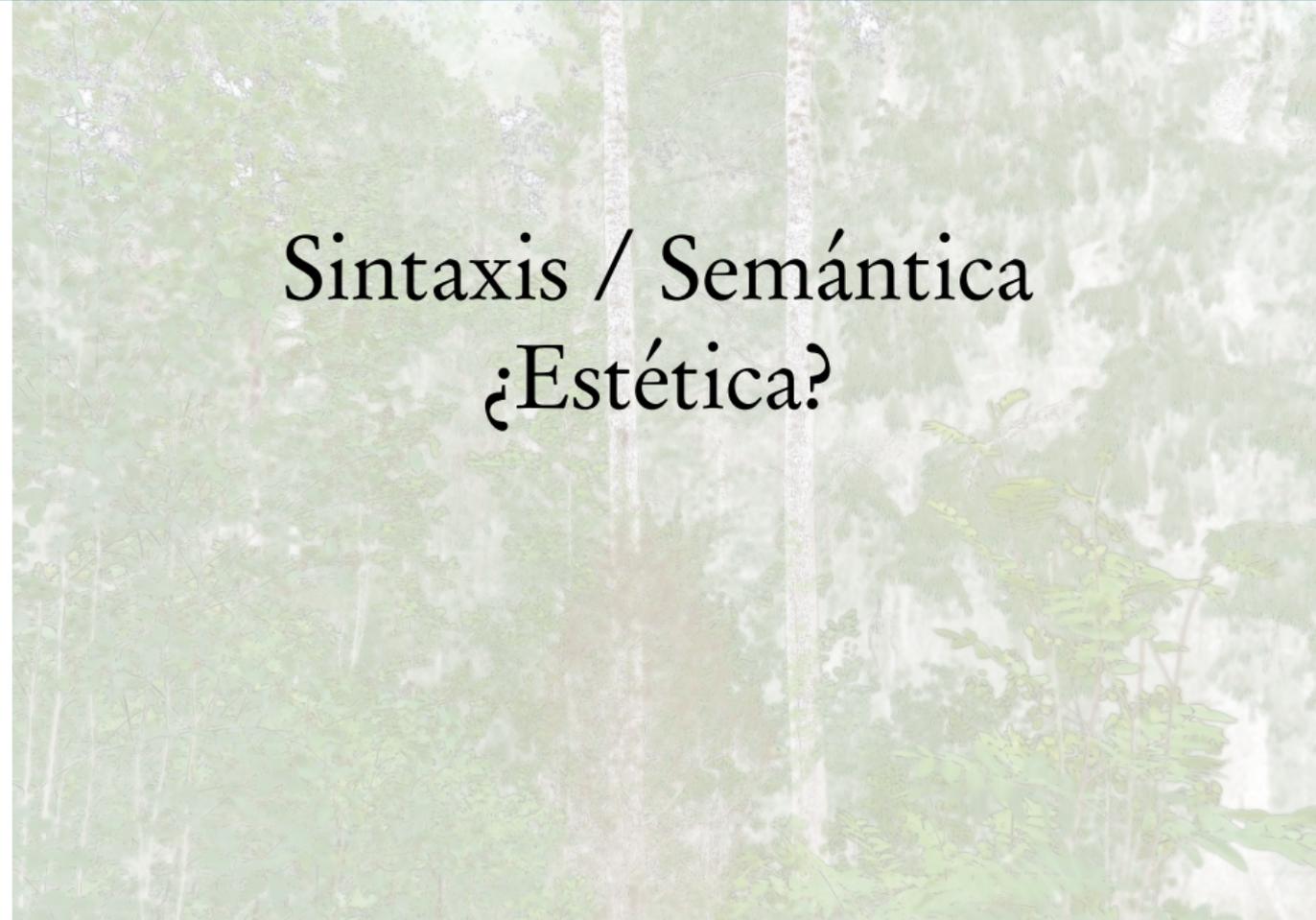


Sintaxis / Semántica



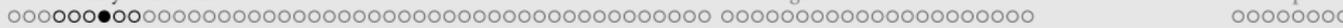


Sintaxis / Semántica ¿Estética?





Sintaxis / Semántica
¿Estética?
¡Pendularidades
sorprendentes!





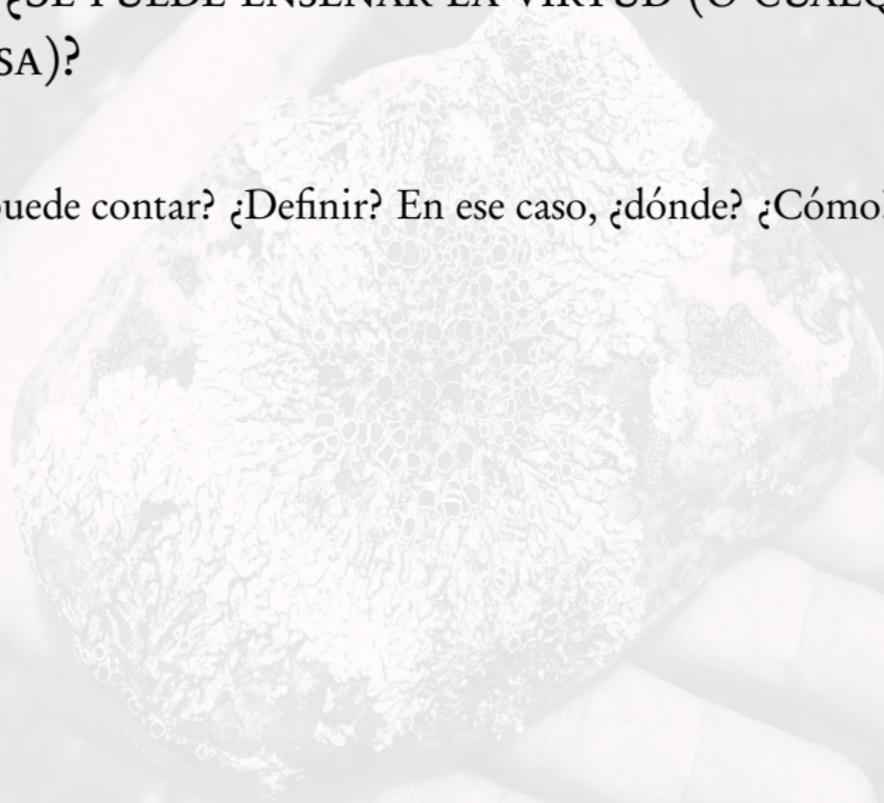
¿ESTÉTICA Y LÓGICA? ¿ESTÉTICA Y MATEMÁTICA? ¡ATRAPAR!

Jan Zwicky en Plato as Artist le sigue la pista al diálogo **Menón** con particular atención a la interacción entre lo Estético, la Moralidad y la Fenomenología. Su atención al problema de capturar como lo discute Platón/Sócrates en ese diálogo, en respuesta a la pregunta ¿Se puede enseñar la virtud? apunta a los puentes que estamos discutiendo hoy, entre la estética y la lógica.



MENÓN: ¿SE PUEDE ENSEÑAR LA VIRTUD (O CUALQUIER OTRA COSA)?

¿O se puede contar? ¿Definir? En ese caso, ¿dónde? ¿Cómo?

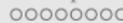




MENÓN: ¿SE PUEDE ENSEÑAR LA VIRTUD (O CUALQUIER OTRA COSA)?

¿O se puede contar? ¿Definir? En ese caso, ¿dónde? ¿Cómo?
Del diccionario (OED):

El origen de la palabra estética es αἴσθησις α-αἰσθητικ-ός / αἰσθητά, las cosas perceptibles por los sentidos, de la raíz αἰσθε- ‘sentir, aprehender mediante los sentidos’.

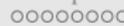
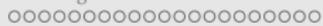
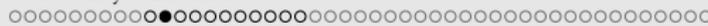


MENÓN: ¿SE PUEDE ENSEÑAR LA VIRTUD (O CUALQUIER OTRA COSA)?

¿O se puede contar? ¿Definir? En ese caso, ¿dónde? ¿Cómo?
Del diccionario (OED):

El origen de la palabra estética es αἴσθησις / αἰσθητικ-ός / αἰσθητά, las cosas perceptibles por los sentidos, de la raíz αἰσθε- ‘sentir, aprehender mediante los sentidos’.

Agarrar





Así

comparamos - aumentamos - disminuimos -
estiramos - recortamos - ...
nuestras estructuras.

La teoría de modelos es la teoría matemática que estudia en plena generalidad estas posibilidades - está naturalmente anclada en la lógica, en la posibilidad de hacer preguntas a una estructura, en el lenguaje implícito que sostiene.



Así

comparamos - aumentamos - disminuimos -
estiramos - recortamos - ...
nuestras estructuras.

La teoría de modelos es la teoría matemática que estudia en plena generalidad estas posibilidades - está naturalmente anclada en la lógica, en la posibilidad de hacer preguntas a una estructura, en el lenguaje implícito que sostiene.

La teoría de modelos provee los ladrillos básicos, los “colores primarios” de las estructuras



Así

comparamos - aumentamos - disminuimos -
estiramos - recortamos - ...
nuestras estructuras.

La teoría de modelos es la teoría matemática que estudia en plena generalidad estas posibilidades - está naturalmente anclada en la lógica, en la posibilidad de hacer preguntas a una estructura, en el lenguaje implícito que sostiene.

La teoría de modelos provee los ladrillos básicos, los “colores primarios” de las estructuras y luego revuelve todo eso, ayudando a producir todos los “colores posibles”, todas las estructuras posibles, y ...



AÚN ASÍ, SORPRENDENTEMENTE

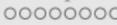
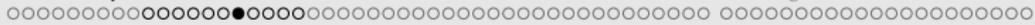
en años recientes - después de que la Teoría de Modelos hubiera afilado su propio anclaje (mirar) lógico hasta el punto de proveer una clasificación de todas teorías (de primer orden) posibles y líneas divisorias asintóticas (el llamado Main Gap), se embarcó en un “segundo zarpar”, hacia el lado de la “acción”, de la geometría, ¡aparentemente apartándose de la lógica!



¿DE VERDAD?

“Tenemos en mente principalmente a aquellos interesados en teoría de modelos algebraically-minded (llevada, conducida por el álgebra), es decir, en modelos genéricos, la clase de los modelos existencialmente cerrados y universales-homogéneos en lugar de las clases elementales...”

Saharon Shelah, 1975.



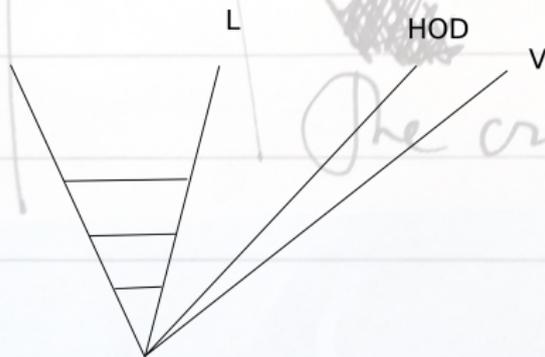
DE MUCHAS LÓGICAS, MUCHOS MODELOS “INTERNOS”

► $L_0 = \emptyset$



DE MUCHAS LÓGICAS, MUCHOS MODELOS “INTERNOS”

- ▶ $L_0 = \emptyset$
- ▶ $L_{\alpha+1} = \text{Def}^1(L_\alpha)$



Sometimes you do your best but
 find a way to make make better
 the maddest inquiry.

DE MUCHAS LÓGICAS, MUCHOS MODELOS “INTERNOS”

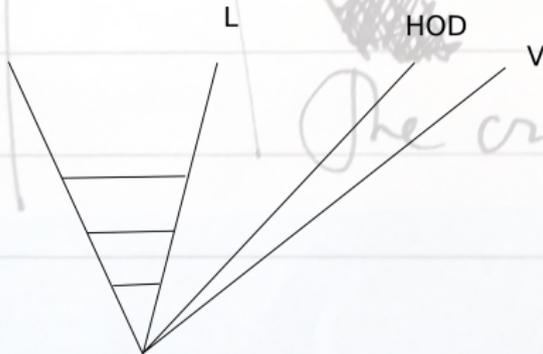
- ▶ $L_0 = \emptyset$
- ▶ $L_{\alpha+1} = \text{Def}^1(L_\alpha)$
- ▶ $L_\delta = \bigcup_{\alpha < \delta} L_\alpha,$



Handwritten notes:
 Sometimes you do your best but
 find a way to make make better
 the maddest inquiry.

DE MUCHAS LÓGICAS, MUCHOS MODELOS “INTERNOS”

- ▶ $L_0 = \emptyset$
- ▶ $L_{\alpha+1} = \text{Def}^1(L_\alpha)$
- ▶ $L_\delta = \bigcup_{\alpha < \delta} L_\alpha$,
- ▶ $L = \bigcup_{\alpha \in \text{ORD}} L_\alpha$.



Sometimes you do your best but
 find a way to make make better
 the maddest inquiry.

DE MUCHAS LÓGICAS, MUCHOS MODELOS “INTERNOS”

- ▶ $L_0 = \emptyset$
- ▶ $L_{\alpha+1} = \text{Def}^1(L_\alpha)$
- ▶ $L_\delta = \bigcup_{\alpha < \delta} L_\alpha,$
- ▶ $L = \bigcup_{\alpha \in \text{ORD}} L_\alpha.$



El modelo de Gödel L tiene

- ▶ “Estructura interna” muy controlada
- ▶ HC: $2^{\aleph_0} = \aleph_1,$
- ▶ GCH: $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1} \forall \alpha$
- ▶ Y mucho más

Sometimes you do your best but
 find a way to make make better
 the madrafont inquiry.

DE MUCHAS LÓGICAS, MUCHOS MODELOS “INTERNOS”

- ▶ $L_0 = \emptyset$
- ▶ $L_{\alpha+1} = \text{Def}^1(L_\alpha)$
- ▶ $L_\delta = \bigcup_{\alpha < \delta} L_\alpha,$
- ▶ $L = \bigcup_{\alpha \in \text{ORD}} L_\alpha.$



El modelo de Gödel L tiene

- ▶ “Estructura interna” muy controlada
- ▶ HC: $2^{\aleph_0} = \aleph_1,$
- ▶ GCH: $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1} \forall \alpha$
- ▶ Y mucho más

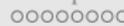
Sin embargo, L es un universo de conjuntos bastante “estrecho” y extremo: le hacen falta construcciones que sería deseable tener. Así, L tiene estructura muy fuerte pero le faltan objetos.

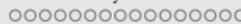
ROBUSTICIDAD - ¿EL TURNO DE LA SEMÁNTICA?

L	C^*	HOD
Primer Orden	Lógicas con cuant. cof.	Segundo Orden

Emerge una independencia de la lógica muy sorprendente, una especie de “geometrización interna” de la lógica muy decisiva. Pero la base era lógica. ?!?!?

(Para los lógicos: bajo una clase propia de Woodins, KMV demuestran que los cardinales regulares son medibles en $C(aa)$, la “versión de L ” que se obtiene mediante el uso de definibilidad en la lógica estacionaria $L(aa)$ y la teoría de $C(aa)$ es invariante bajo forcing conjuntístico.)





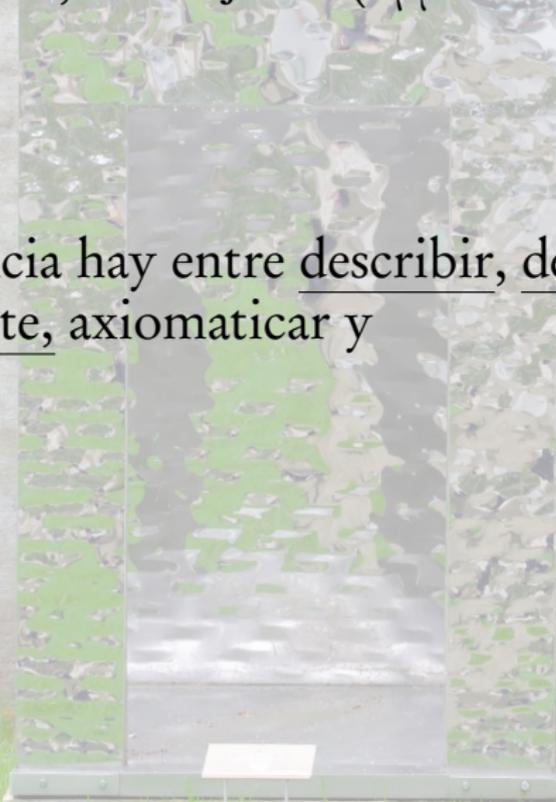
ESCULPIR ESTRUCTURAS Y LENGUAJE: LAS CLASES “ELEMENTALES” ABSTRACTAS





¿CÓMO “CUADRAR”, “ENCAJAR”? (ἀρμόττον)

¿Qué diferencia hay entre describir, decir
explícitamente, axiomatizar y





EL TEOREMA DE PRESENTACIÓN - ¿EL RETORNO DE LA SINTAXIS?

Pero aquí de nuevo el lenguaje, la lógica, reaparece:
Dado cualquier sistema coherente, cerrado y bien controlado de
modelos (clase elemental abstracta) $(\mathcal{K}, \prec_{\mathcal{K}})$ en L ,

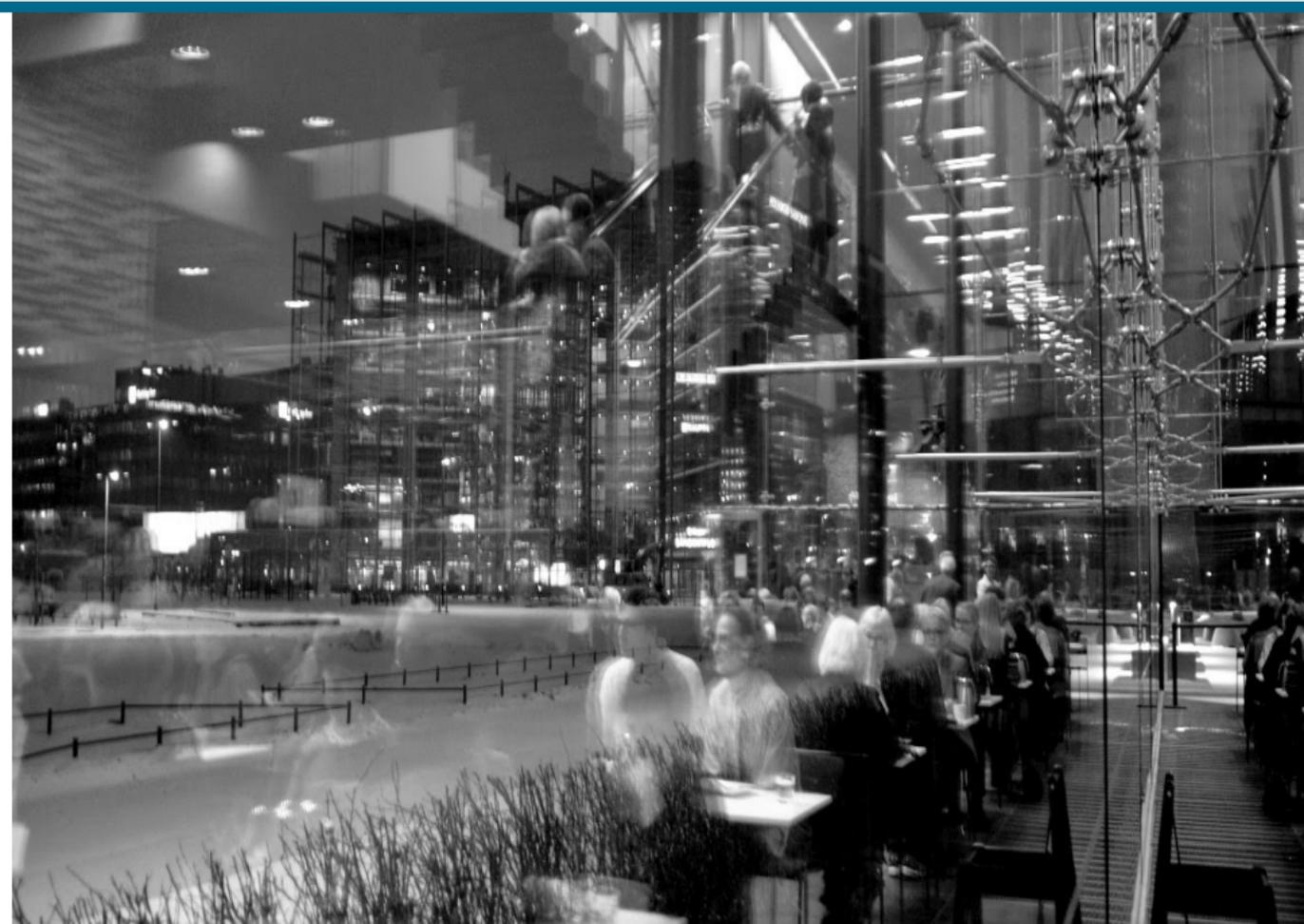
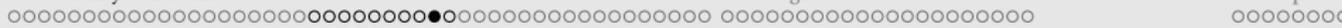
Así, $\prec_{\mathcal{K}}$ a pesar de estar originalmente dada como puro contenido,
¡resulta controlada por un lenguaje!

EL TEOREMA DE PRESENTACIÓN - ¿EL RETORNO DE LA SINTAXIS?

Pero aquí de nuevo el lenguaje, la lógica, reaparece:
 Dado cualquier sistema coherente, cerrado y bien controlado de modelos (clase elemental abstracta) $(\mathcal{K}, \prec_{\mathcal{K}})$ en L ,
 existe un lenguaje más grande $L' \supset L$ en el cual se puede escribir una fórmula (¡regreso de la lógica!) infinitaria $\psi_{\mathcal{K}}$ que axiomatiza toda la clase \mathcal{K} . En dialecto matemático,

$$\mathcal{K} = PC(L, \psi_{\mathcal{K}})$$

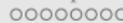
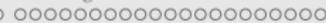
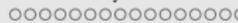
Así, $\prec_{\mathcal{K}}$ a pesar de estar originalmente dada como puro contenido, ¡resulta controlada por un lenguaje!





EXTERNO / INTERNO

Nos devolvemos a la pregunta de Kennedy:
¿Cuál es nuestra base como lógicos? ¿De
dónde proviene la (increíble) libertad de
formalismo de la práctica matemática?



EL “WONDERFUL MÉLANGE” DE SERRE / MEZCLAR

You see, I work in several apparently different topics, but in fact they are all related to each other. I do not feel that I am really changing. For instance, in number theory, group theory, or algebraic geometry, I use ideas from topology, such as cohomology, sheaves, and obstructions. From that point of view, I especially enjoyed working on l -adic representations and modular forms: one needs number theory, algebraic geometry, Lie groups (both real and l -adic), q -expansions (combinatorics style) - a wonderful mélange.

Jean-Pierre Serre,
An Interview With Jean-Pierre Serre - C. T. Chong, Y. K. Leong



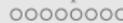
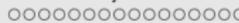
ROTA - FENOMENOLOGÍA DE LA BELLEZA MATEMÁTICA

Gian-Carlo Rota: la belleza en matemática, cuando se confronta con las herramientas de la fenomenología, es un concepto escurridizo. Los matemáticos discuten la belleza de teoremas, de demostraciones, incluso de construcciones, pero le “escurren el bulto” a verdaderas discusiones sobre el rol de la belleza en matemática. La belleza matemática, cuando se compara con categorías como la verdad matemática, la demostración matemática, incluso el poder matemático, es un tema difícil de sacar de mesas de café de los institutos de matemática.



¿ROTA MISMO ESCURRE EL BULTO?

Rota mismo parecería rehuir el problema cuando al final de su famoso artículo *Phenomenology of Mathematical Beauty* termina recomendando que se reemplace “belleza” por “iluminación” (enlightenment) en el caso de la matemática. Deja a su posteridad la difícil tarea de llevar las ideas de la fenomenología a la belleza matemática...



¿FORMA A PARTIR DEL CAOS?

Shelah: “a mathematician works so as to bring out the hidden form out of seemingly shapeless situations”.

Entresacar la forma oculta.

Compara encontrar teoremas con buscar oro en ríos de barro o con Miguel Ángel sacando la forma de una roca amorfa.

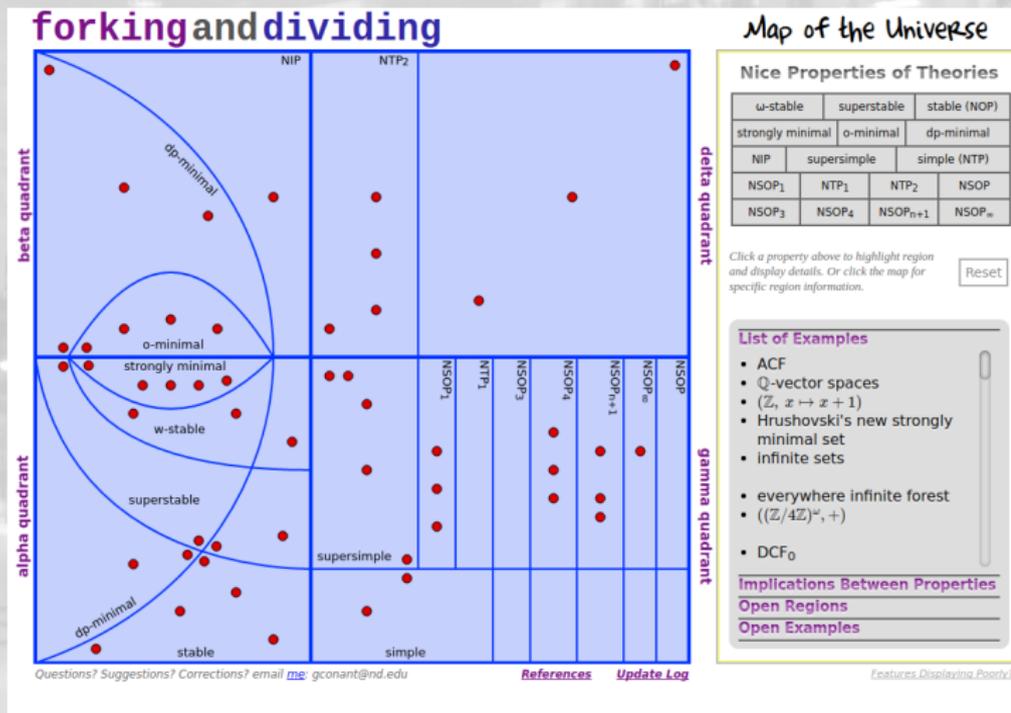


TRANSPARENCIA Y FORMA - IRMA LAUKKANEN



Irma Laukkanen - *Maisema Sisätilassa* - Paisaje

LA MISMA TAXONOMÍA - “MAPA DEL UNIVERSO”



“jerarquía de estabilidad”.

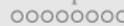
La



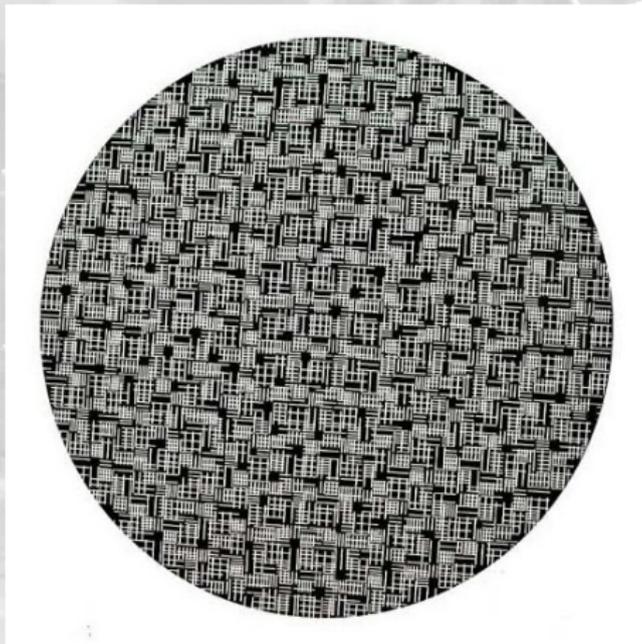
EL ABISMO



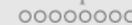
Doris Salcedo - *Shibboleth* (2007, Tate Modern - ahora queda la cicatriz)



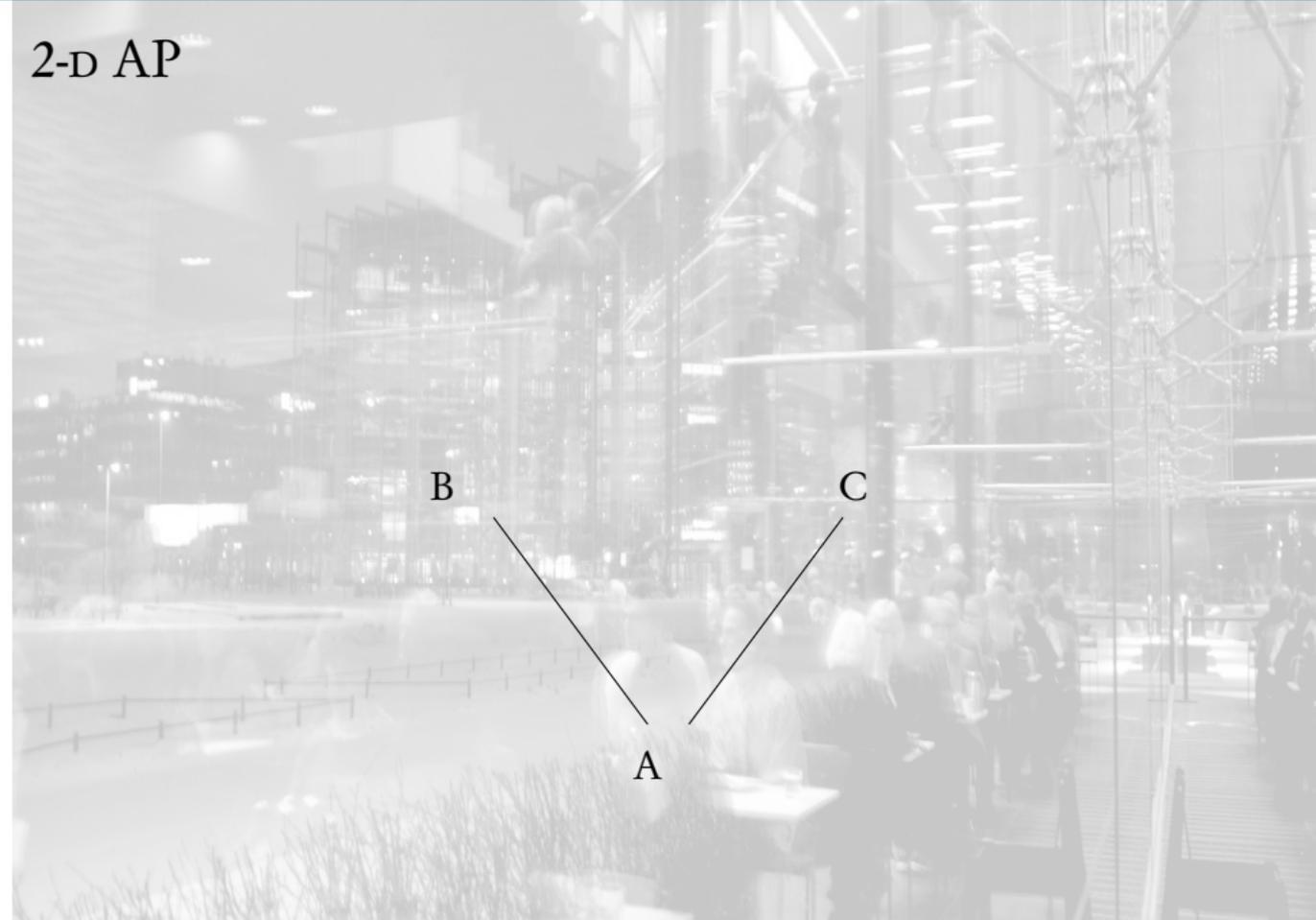
AMALGAMAS

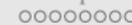


Matti Kujasalo - s.t. 1997

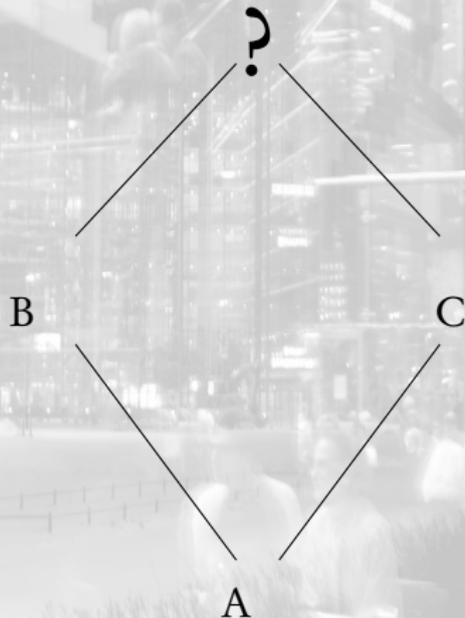


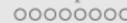
2-D AP





2-D AP





AMALGAMAS EN MATEMÁTICAS...

Los amalgamas bidimensionales han estado presentes desde hace mucho tiempo:

- ▶ Teoría de grupos, de cuerpos, topología (van Kampen, etc.)

AMALGAMAS EN MATEMÁTICAS...

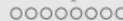
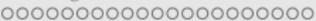
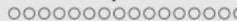
Los amalgamas bidimensionales han estado presentes desde hace mucho tiempo:

- ▶ Teoría de grupos, de cuerpos, topología (van Kampen, etc.)
- ▶ Pushouts en categorías

AMALGAMAS EN MATEMÁTICAS...

Los amalgamas bidimensionales han estado presentes desde hace mucho tiempo:

- ▶ Teoría de grupos, de cuerpos, topología (van Kampen, etc.)
- ▶ Pushouts en categorías
- ▶ En lógica, ¡en teoría de modelos son cruciales! (Eliminación de cuantificadores, construcción de límites de estructuras, etc.)



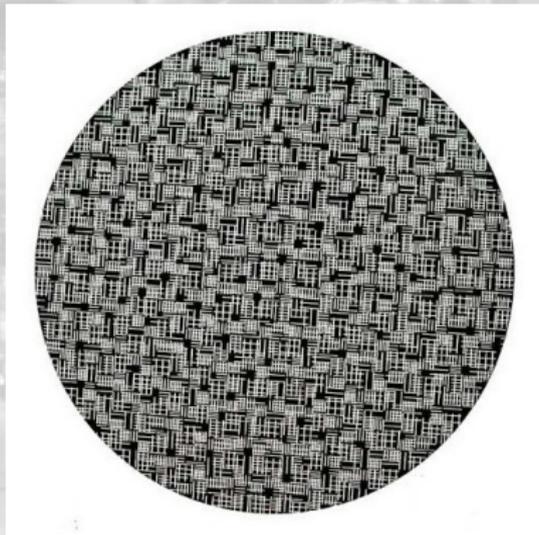
IMÁGENES... ¿IMÁGENES?

La analogía pictórica ha sido central tradicionalmente al discutir la estética de la matemática.





INCLUSO PARA LA ABSTRACCIÓN





SIN EMBARGO...

La mayoría de los matemáticos está de acuerdo con que la discusión sería sobre la belleza de los mélanges, las mezclas como las que discutimos – es distinta de la belleza pictórica.

- ▶ ¿Musical? ¿Más allá de la percepción musical? ¿Similar a la estructura musical?
- ▶ ¿Narrativa?



DE NUEVO G-C ROTA...

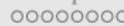
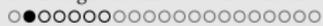
Al final de su famoso artículo, Rota propone reemplazar la fenomenología de la belleza matemática por la fenomenología de la *iluminación* (enlightenment) matemática.

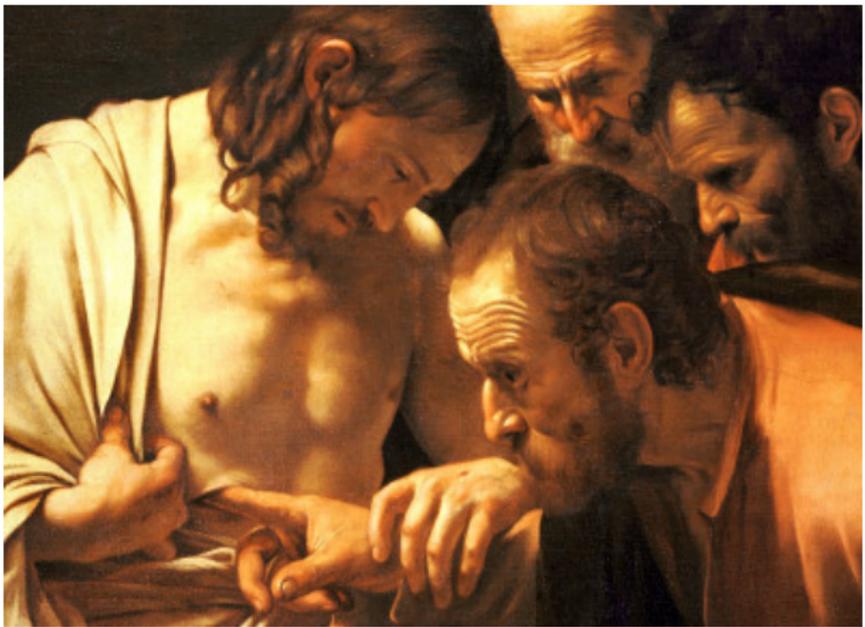
- ▶ ¿Por qué este retroceso súbito? ¿Miedo a caja de Pandora?
- ▶ La fenomenología de la música tiene un constante vaivén entre la superficialidad y la profundidad (Dahlhaus, Lewin).

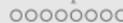


Capítulo 2

2 - Categoricidad en Matemática - Perfección en Arte

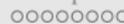






ENMARCAR EL DESCREEER

- ▶ El misterio de la representación mediante lenguaje.
- ▶ Larga (e ilustre) línea: Platón, Aristóteles, Ibn Rushd (Averroes), Leibniz, Kant, Schopenhauer, etc.
- ▶ Daré una descripción de la Categoricidad y de una noción asociada: la Analiticidad/Holomorfía.
- ▶ Exploraré su “aspecto dinámico”
- ▶ Propondré un rol para la Categoricidad en el siglo XXI



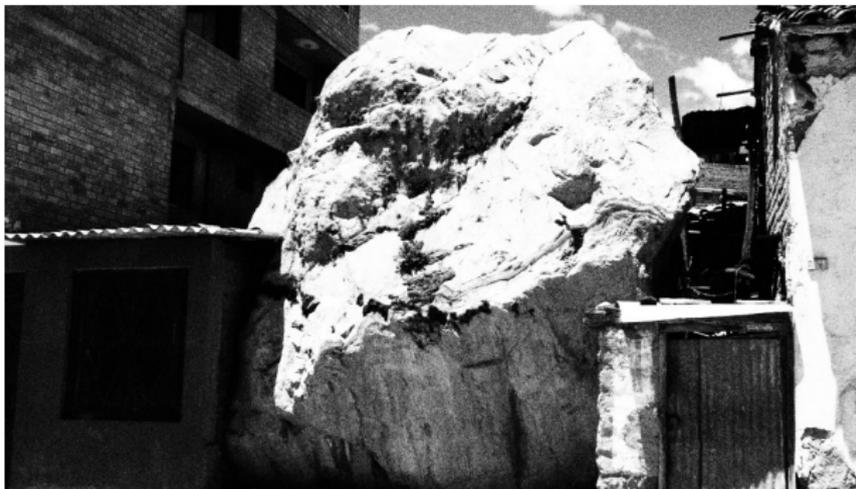
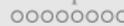
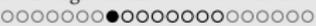
ENMARCAR EL DESCREER... PERO FALLAR





CATEGORICIDAD (RELATIVA A CARDINAL)

Dados L un lenguaje de primer orden, T una L -teoría y λ un cardinal infinito, T es categorica en λ si para todo $M_1, M_2 \models T$, M_1 y M_2 son isomorfos.

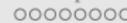
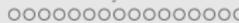




NOVALIS, EL MINERO INTELECTUAL:

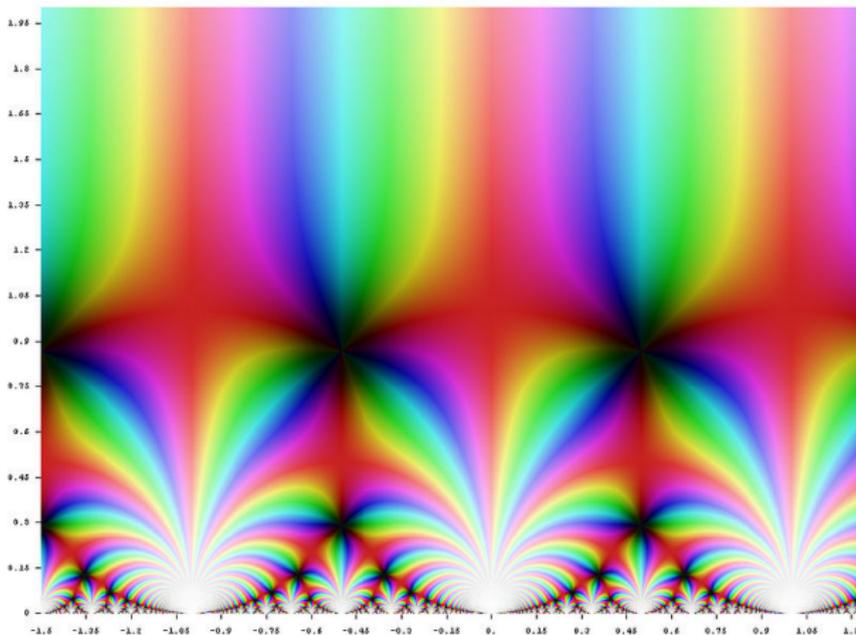
La afinidad de la geometría y la mecánica con los problemas más elevados del espíritu humano surge brillando de la lucha sectaria atomística y dinámica. El pintar las palabras y los signos provee innumerables posibilidades. Uno podría considerar una perspectiva y proyección múltiple tabular de ideas, enarbolando la promesa de ganancia infinita.

Novalis, Allgemeine Brouillon



FUNCIONES ANALÍTICAS/HOLOMORFAS

“Suaves”, definidas sobre un subconjunto del plano, diferenciables (complejamente) en todo punto de su dominio.



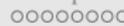


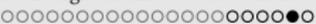
Si $f : U \rightarrow \mathbb{C}$ es holomorfa, entonces sus valores en el interior del círculo γ están determinados por los valores en la frontera:

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\gamma} \frac{f(z)}{z - a} dz$$

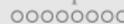
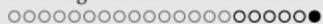








Obstrucciones,
Poincaré, cohomología, haces, dinámica.



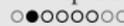
¡Gracias por su atención!





Capítulo 3

3 - Simplicidad - El “Problema” 24 de Hilbert



EL "PROBLEMA 24" DE HILBERT





EL “PROBLEMA 24” DE HILBERT

Encontrar un criterio para saber si una demostración es la más sencilla posible.

¿En qué sentido?

Este es otro problema común al arte y a la matemática - aunque expresado de maneras distintas.

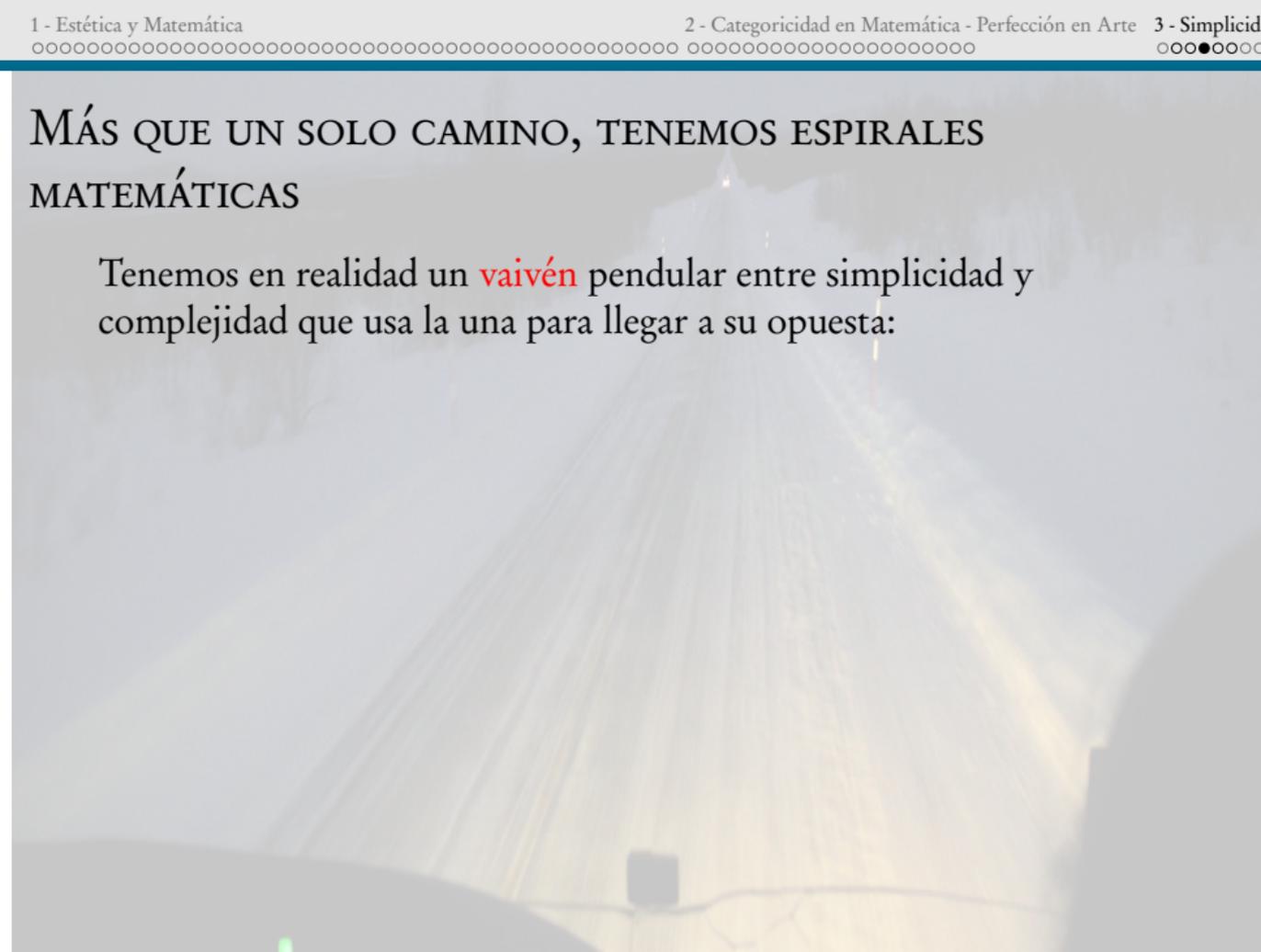
Criterios de **sencillez**...

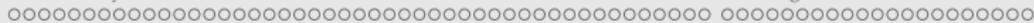
Veremos (mediante ejemplos) que a veces es necesario lo contrario: lo complejo, para lograr la simplificación.



MÁS QUE UN SOLO CAMINO, TENEMOS ESPIRALES MATEMÁTICAS

Tenemos en realidad un **vaivén** pendular entre simplicidad y complejidad que usa la una para llegar a su opuesta:





MÁS QUE UN SOLO CAMINO, TENEMOS ESPIRALES MATEMÁTICAS

Tenemos en realidad un **vaivén** pendular entre simplicidad y complejidad que usa la una para llegar a su opuesta:

- ▶ De pregunta simple a



MÁS QUE UN SOLO CAMINO, TENEMOS ESPIRALES MATEMÁTICAS

Tenemos en realidad un **vaivén** pendular entre simplicidad y complejidad que usa la una para llegar a su opuesta:

- ▶ De pregunta simple a
- ▶ **Definición, construcción o demostración** complejas... a



COMPLETITUD: ¿TERAPÉUTICA?

El teorema de Completitud en cierto sentido “subsana” problemas que señala el teorema de Incompletitud. El camino entonces es más bien



TRES TEOREMAS

Teorema (Indefinibilidad de la definibilidad - Tarski)

La relación $D(m, n)$ que dice que m es número de Gödel de una fórmula que define a n no es una relación definible en la aritmética.



TRES TEOREMAS

Teorema (Indefinibilidad de la definibilidad - Tarski)

La relación $D(m, n)$ que dice que m es número de Gödel de una fórmula que define a n no es una relación definible en la aritmética.

Teorema (Indefinibilidad de la verdad - Tarski)

El conjunto de los números de Gödel de las sentencias verdaderas no es aritmético.



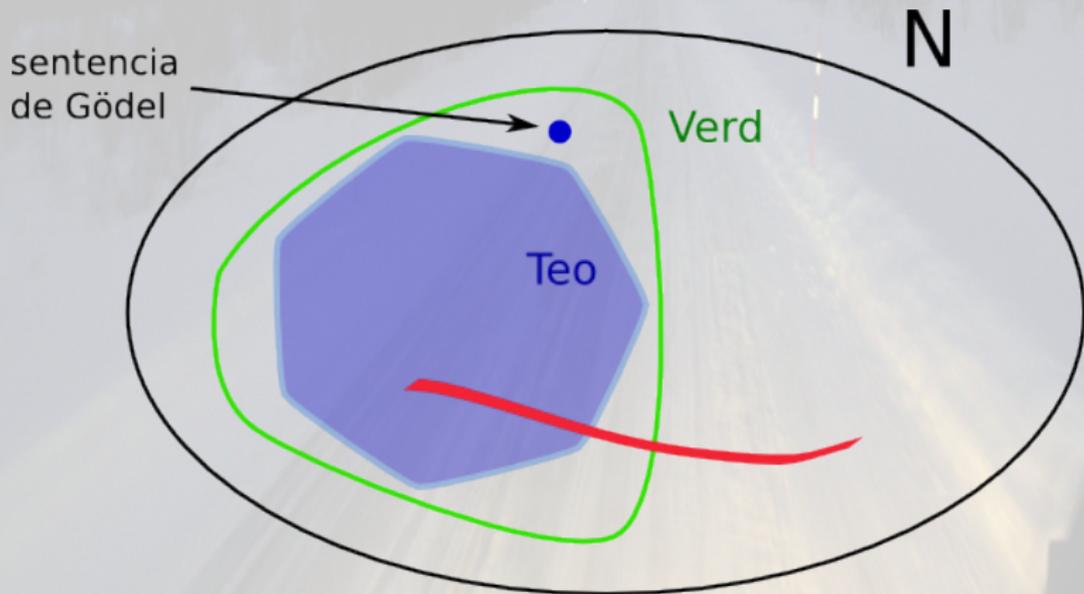
¿MÁS ALLÁ? (SERRA: "TILTED ARC")



Simple, pero bloquea(ba) (según algunos...)



RUPTURA DICOTÓMICA





MUCHOS MUNDOS POSIBLES

Una posible lectura de los dos teoremas es la siguiente: insistir en evaluar las sentencias en “un solo mundo” es necesariamente restrictivo. Aunque la teoría *PA* se puede ver como un instrumento para analizar el modelo estándar $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1, <)$, si uno pretende tener una equivalencia entre la sintaxis y la semántica está obligado a mirar todos los modelos posibles de la aritmética, en una especie de reivindicación tardía de las ideas de Leibniz.



MUCHOS MUNDOS POSIBLES

Una posible lectura de los dos teoremas es la siguiente: insistir en evaluar las sentencias en “un solo mundo” es necesariamente restrictivo. Aunque la teoría *PA* se puede ver como un instrumento para analizar el modelo estándar $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1, <)$, si uno pretende tener una equivalencia entre la sintaxis y la semántica está obligado a mirar todos los modelos posibles de la aritmética, en una especie de reivindicación tardía de las ideas de Leibniz.

Solo mirando simultáneamente muchos mundos se atrapa la teoría - restringirse a un **ÚNICO** mundo necesariamente da incompletitud.



MUCHOS MUNDOS POSIBLES



Paisaje, Irma Laukkanen



SEMÁNTICA LIBERADA

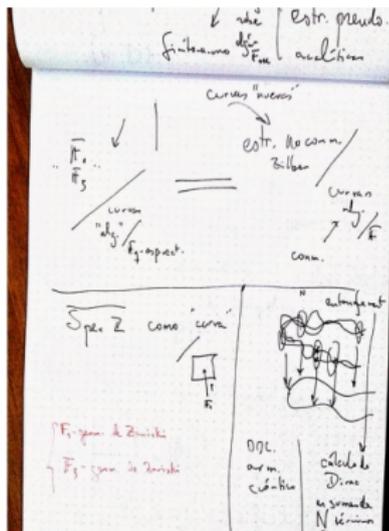
En conclusión, esta primera **ruptura**, generada (tal vez simultáneamente) entre los teoremas de Incompletitud y de Completitud, completa un proceso que venía desde la Teodicea de Leibniz, pero solo se hizo concreto en el primer tercio del siglo XX: la liberación de la semántica de un solo modelo a muchos modelos. Esta es simultáneamente una ruptura (del “modelo único”) y una **reparación** terapéutica del fenómeno de Incompletitud (inherente a la teoría de conjuntos y a la aritmética, por su alto poder de codificación).



CAJA DE PRUEBA (SANDBOX)

Algunas disciplinas han generado lo que se podría llamar “cajas de prueba de simplicidad”: condiciones especiales bajo las cuales una “respuesta” más simple se puede someter a examen (en ausencia de una demostración) y luego transferir (con suerte) a situaciones sin las condiciones especiales. En este caso, la primera “demostración” puede parecer mucho más simple que demostraciones posteriores (aparentemente dando la vuelta a la dirección unidireccional), pero es también solo una demostración bajo condiciones “enrarecidas”.

PROJECT TOPOI

Proyecto **moving topoi**

MAT



ART



PROJECT TOPOI



Capturar espacio

/

Explorar
paralelismos
y dicotomías

¿topoi matemáticos
y
artísticos?



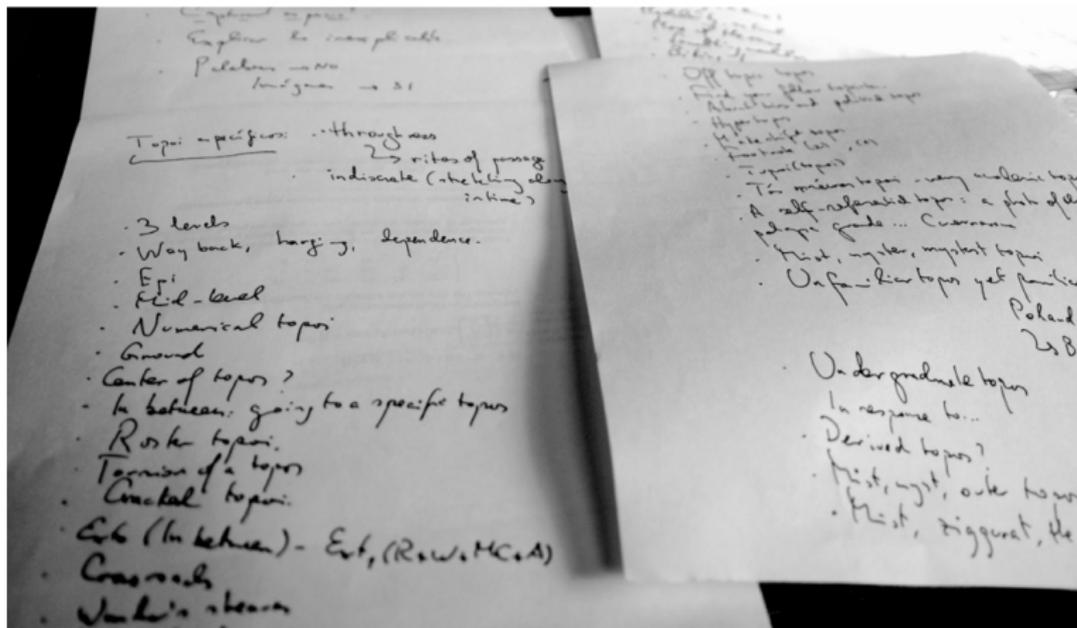
PROJECT TOPOI

Dicotomías - $(2 \cdot 2)^n$



PROJECT TOPOI

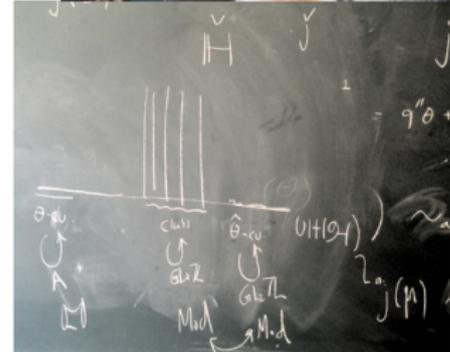
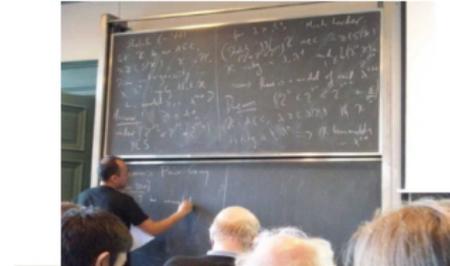
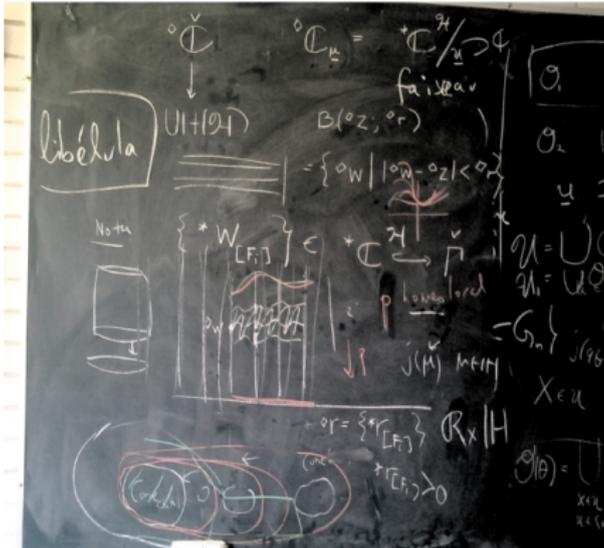
Entre agosto y noviembre de 2013 : 440
imágenes, casi sin texto. Aprox. 40 **topoi**

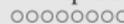




PROJECT TOPOI

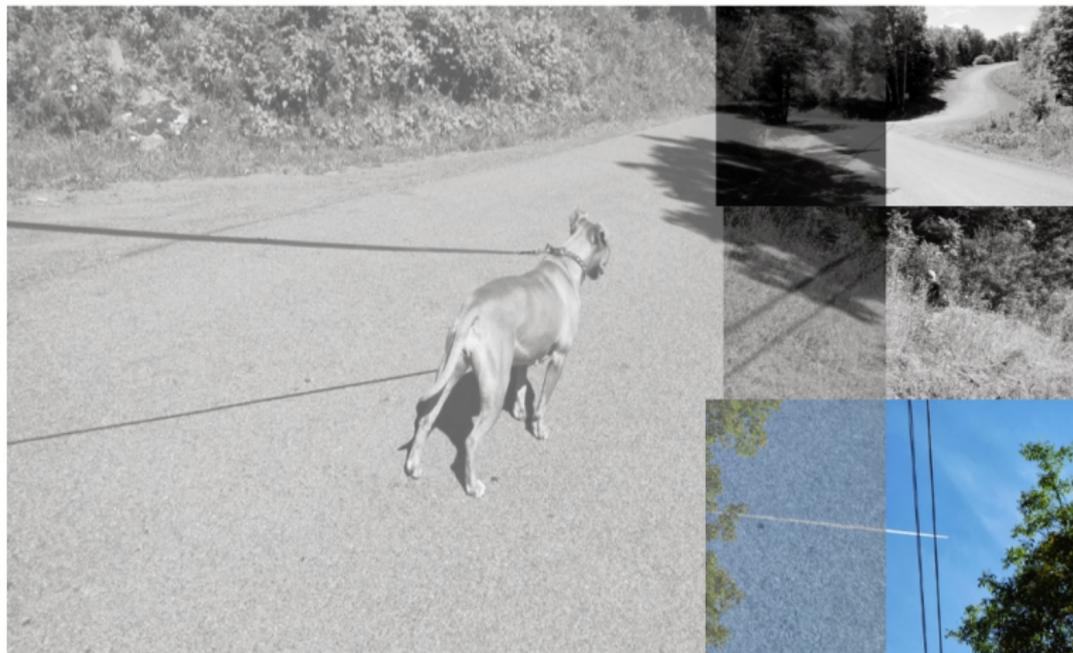
local/global - topoi,
sheaves, space (A)





PROJECT TOPOI

"There" (W, in response to A)





PROJECT TOPOI

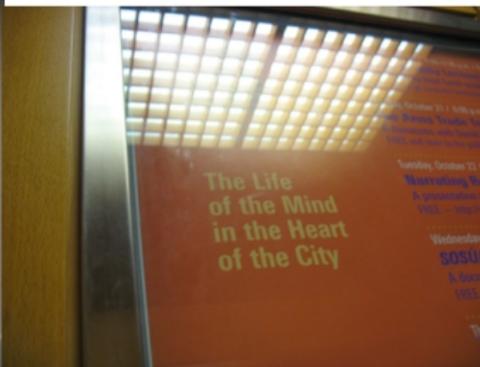
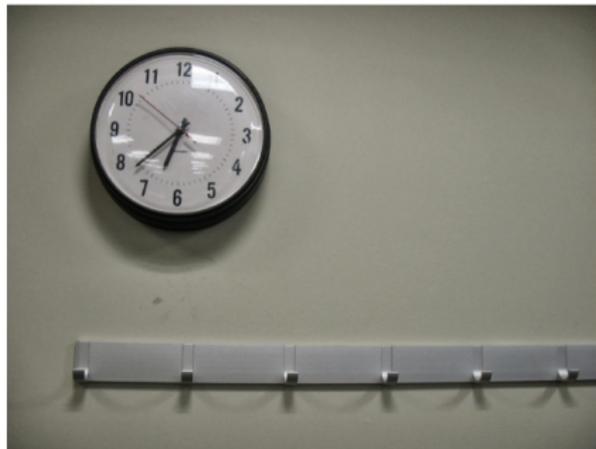
"Around" (response to A and W) - R

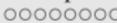
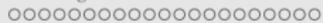
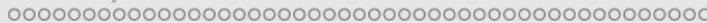




PROJECT TOPOI

R : academic topoi I

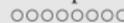




PROJECT TOPOI

MC : tés mnémes topoi - (very academic)

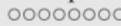
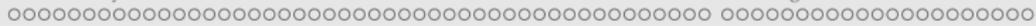




PROJECT TOPOI

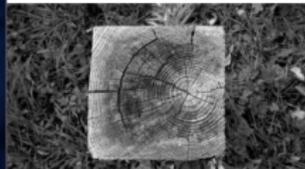
A : Blur topoi (in response to W)





PROJECT TOPOI

In response to A (W's sheaves)

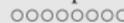




PROJECT TOPOI

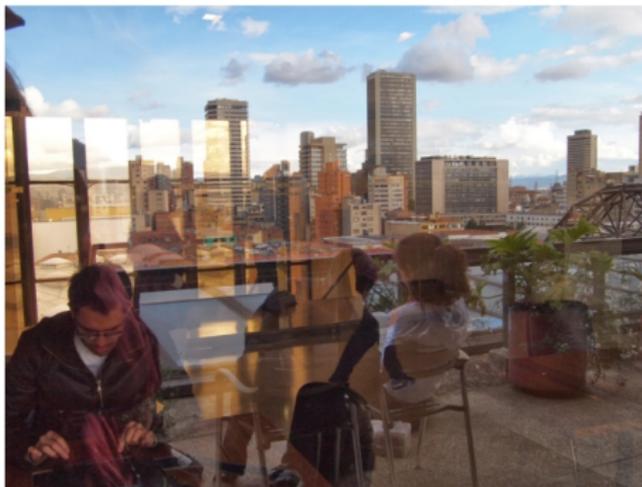
R : Undergraduate topos





PROJECT TOPOI

MC : indiscrete - double topoi

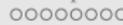
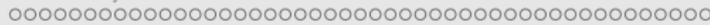




PROJECT TOPOI

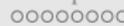
W - Response to A: Throughness topoi (rites of passage)





Capítulo 4

4 - Infinito en Arte y Matemática

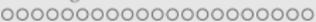




INICIO EN PROUST

*Car ce que nous croyons notre amour, notre jalousie, n'est pas une même passion, continue, indivisible. Ils se composent d'une **infinité** d'amours successifs, de jalousies différentes et qui sont éphémères, mais par leur multitude ininterrompue donnent l'impression de la continuité, l'**illusion de l'unité**. La vie de l'amour de Swann, la fidélité de sa jalousie, étaient faites de la mort, de l'infidélité, d'innombrables désirs, d'innombrables doutes...*

Proust - Un amour de Swann



¿IMPOSIBLE DE CONTROLAR?



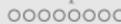
- ▶ Proust, al describir la lujuria, los celos, la sensación de pérdida, de Swann ... usa metáforas del infinito.



¿IMPOSIBLE DE CONTROLAR?



- ▶ Proust, al describir la lujuria, los celos, la sensación de pérdida, de Swann ... usa metáforas del infinito.
- ▶ Ola incontenible de lujuria, de celos, de amor no reciprocado...



¿IMPOSIBLE DE CONTROLAR?

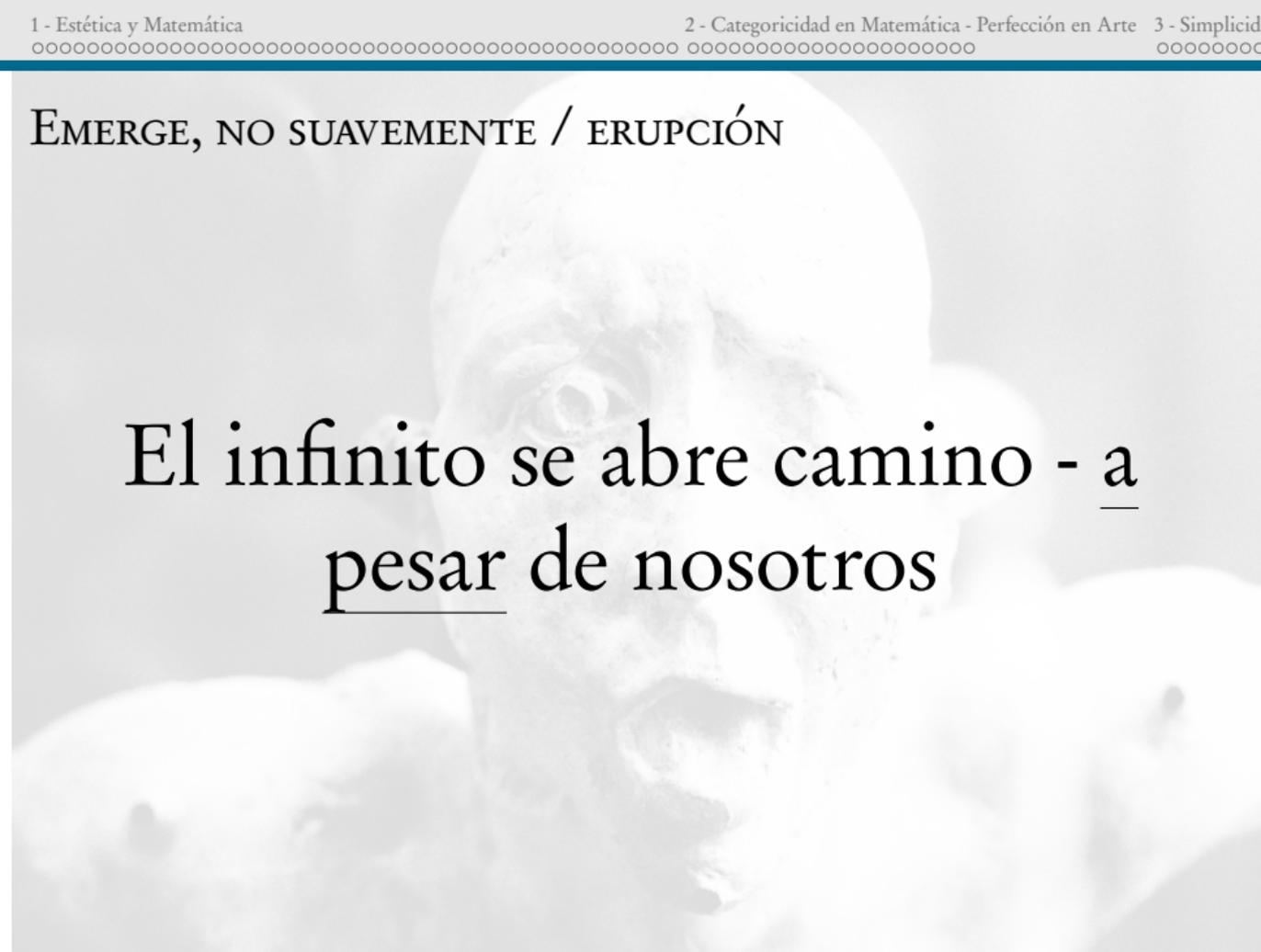


- ▶ Proust, al describir la lujuria, los celos, la sensación de pérdida, de Swann ... usa metáforas del infinito.
- ▶ Ola incontenible de lujuria, de celos, de amor no reciprocado...
- ▶ El infinito irrumpe en la vida humana tan fuera de control como la descripción proustiana del amor y los celos en Swann.



EMERGE, NO SUAVEMENTE / ERUPCIÓN

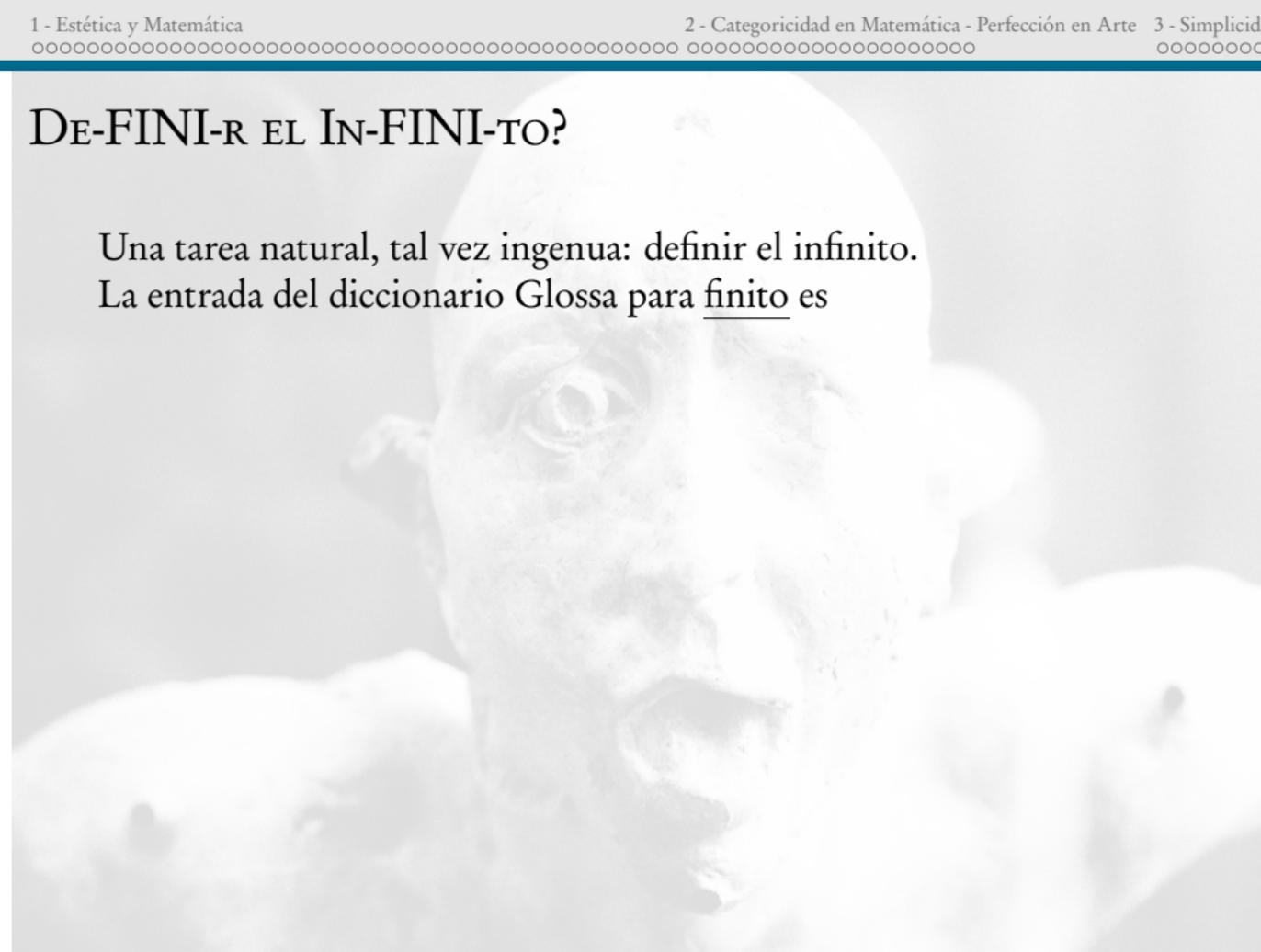
El infinito se abre camino - a
pesar de nosotros

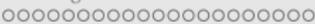




DE-FINI-R EL IN-FINI-TO?

Una tarea natural, tal vez ingenua: definir el infinito.
La entrada del diccionario Glossa para finito es



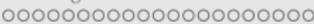


DE-FINI-R EL IN-FINI-TO?

Una tarea natural, tal vez ingenua: definir el infinito.

La entrada del diccionario Glossa para finito es

- ▶ borde, frontera, y por lo tanto territorio, tierra, país encerrado dentro de fronteras



DE-FINI-R EL IN-FINI-TO?

Una tarea natural, tal vez ingenua: definir el infinito.

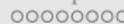
La entrada del diccionario Glossa para finito es

- ▶ borde, frontera, y por lo tanto territorio, tierra, país encerrado dentro de fronteras
- ▶ un límite



¿NEGACIÓN O ÉNFASIS?

Definición	Infinito
Énfasis en Límites	Negación de Límites



OTRA MANERA DE EMPEZAR



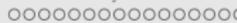
Definición de Infinito?



OTRA MANERA DE EMPEZAR



Definición of Infinito - Mejor: examinar, auscultar el infinito.



NO ES COINCIDENCIA: ESTÁ AL INICIO DE LA MATEMÁTICA, DE LA FILOSOFÍA Y DE LA ESTÉTICA.

Así, Jan Patočka:

*... los griegos ... no sólo fueron los primeros en descubrir el formato del
inquirir deductivo sistemático. También fueron los primeros que no tomar
el mundo como algo dado...*

*fueron los primeros que se preguntaron explícitamente por el todo que lo
incluye todo, también a nosotros, y confrontan por consiguiente la maravilla
sencilla de todas las maravillas: que todo esto es y que el ser de esta **totalidad**
no es algo obvio como las particularidades de la vida...*





UNA PREGUNTA DIFÍCIL

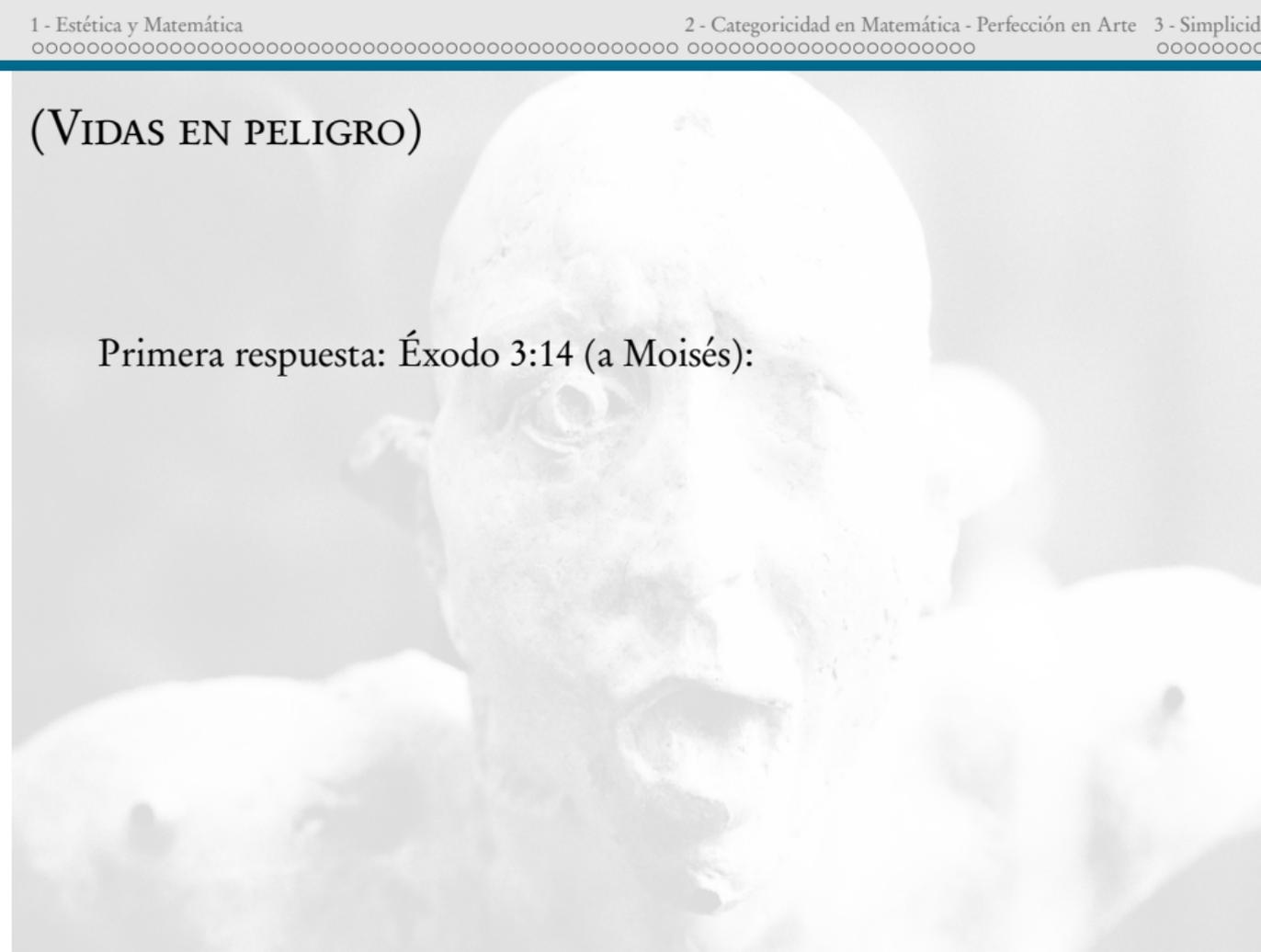
¿Quién eres?





(VIDAS EN PELIGRO)

Primera respuesta: Éxodo 3:14 (a Moisés):





(VIDAS EN PELIGRO)

Primera respuesta: Éxodo 3:14 (a Moisés):

... אהיה אשר אהיה

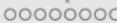
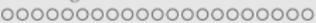


(VIDAS EN PELIGRO)

Primera respuesta: Éxodo 3:14 (a Moisés):

... אהיה אשר אהיה

O sea, SUM qui SUM, o...

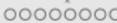
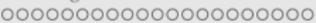


INDEFINABILIDAD

Autorreferencia Primordial

“No puedo ser definido/nombrado - como nombrarías a tu hermano Aarón”





INDEFINABILIDAD

Autorreferencia Primordial

“No puedo ser definido/nombrado - como nombrarías a tu hermano Aarón”

Reflejo en sí mismo





REFLEJAR





REFLEJAR - OROZCO





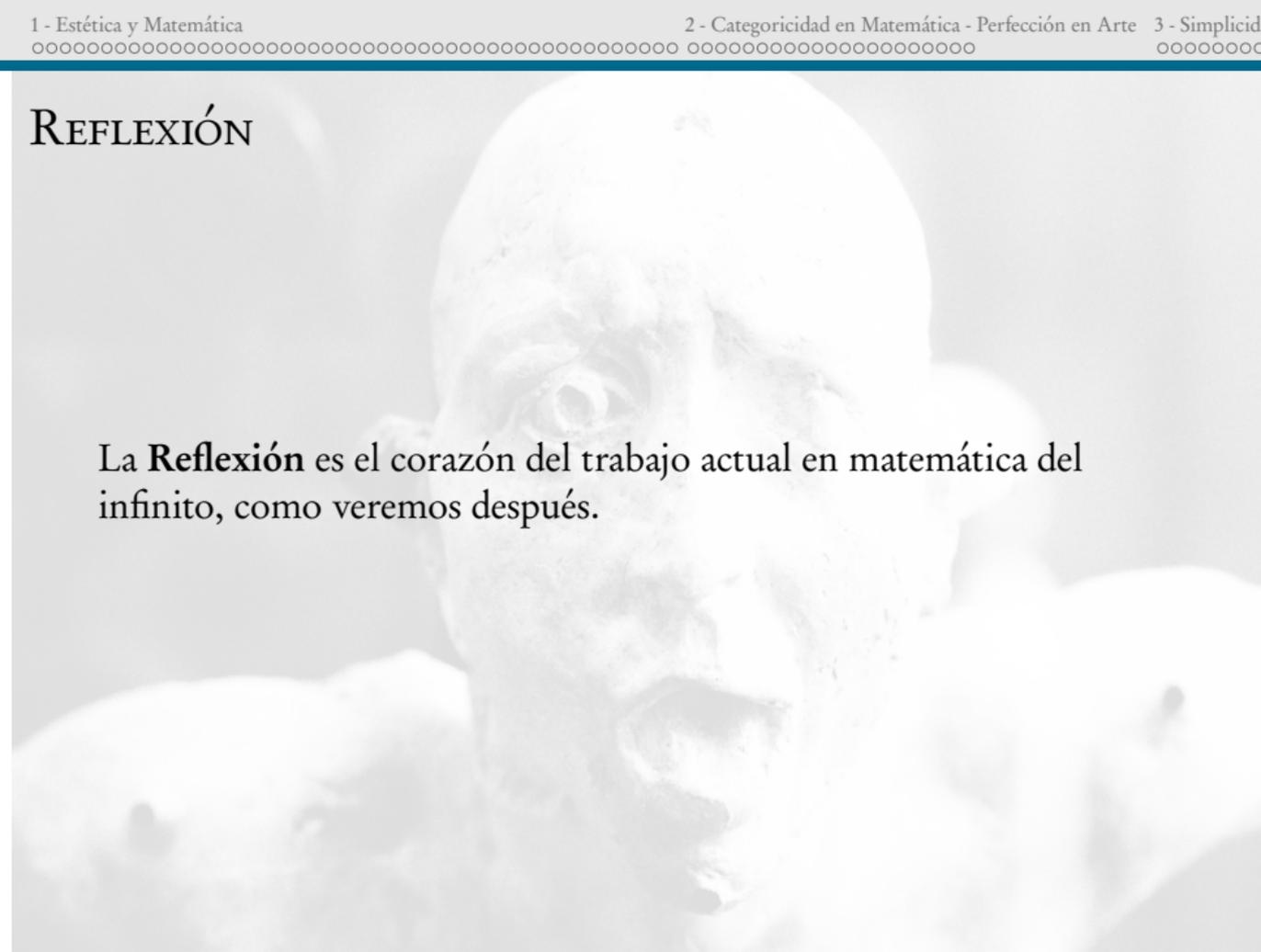
REFLEJAR - OROZCO





REFLEXIÓN

La **Reflexión** es el corazón del trabajo actual en matemática del infinito, como veremos después.





OTRA RESPUESTA (A LA MISMA PREGUNTA)

... él venció a un ... monstruo que mató a sus huéspedes y los devoró crudos... a él el viajero dijo estas famosas líneas:

“mi nombre es outis. Mi padre y mi madre me llaman outis, al igual que todos mis compañeros”

... el anfitrión gigante bebió, cayó dormido pronto después de emitir su promesa- o su amenaza. Entonces los hombre, unidos por una causa común, extrajeron el ojo de su captor con una estaca ardiente... el anfitrión antes indomable pidió ayuda gritando. Sus vecinos, alarmados, preguntaron quién...

Outis, en boca del cíclope se convierte en oú tis, “no persona”, NADIE

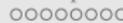
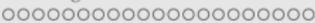
D. Heller-Roazen - No One's Ways - An Essay on Infinity Naming



PUNTO CLAVE - \neg Y \circlearrowright

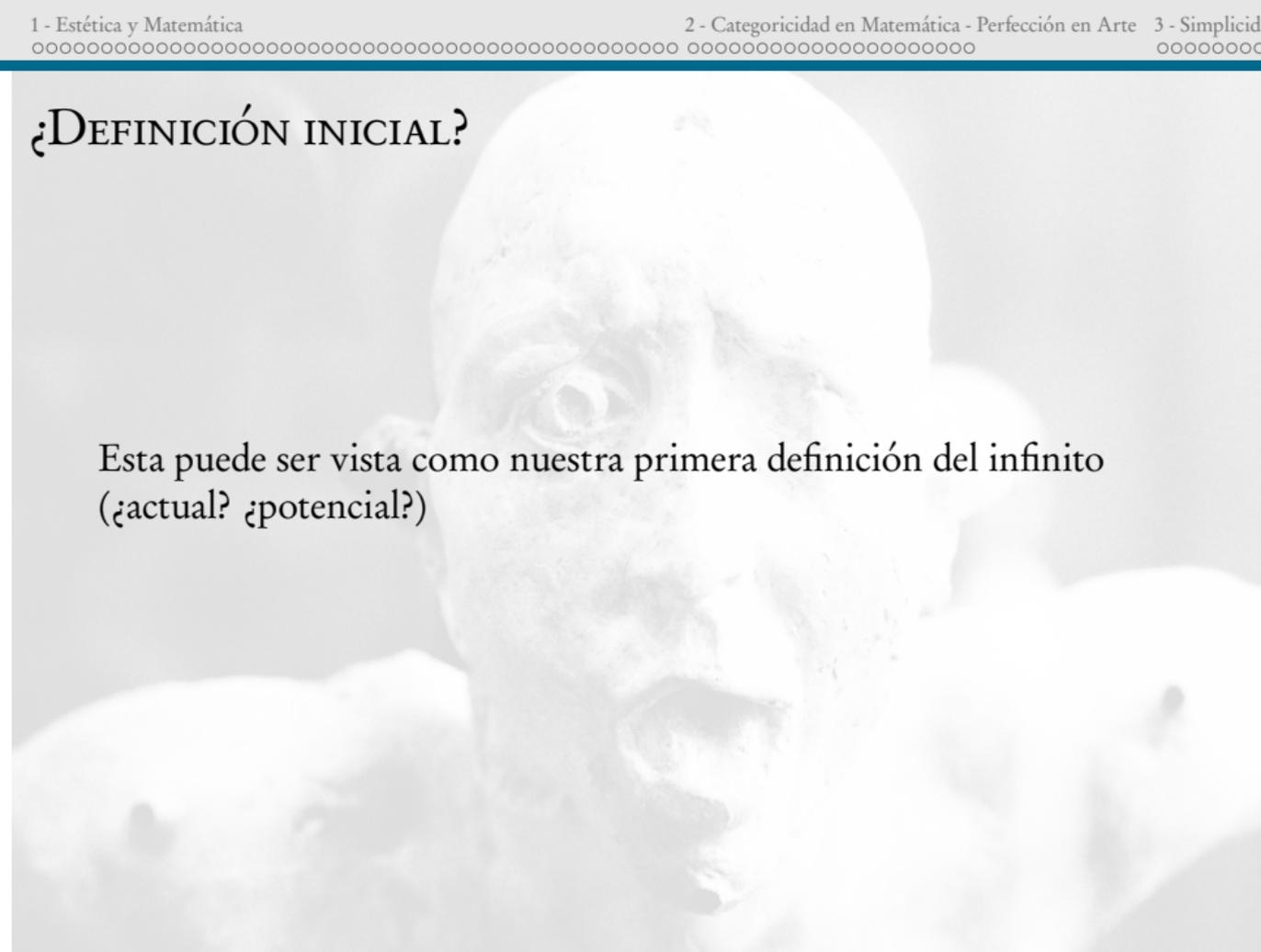
El punto clave en este capítulo del curso es que podemos leer la historia de muchos aspectos del infinito, la historia de su emergencia/incepción, como un desarrollo de aquellas dos respuestas diferentes a la misma pregunta.

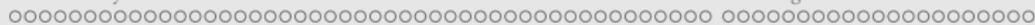
La reflexión (auto-referencia) y la negación de la especificación. La lógica matemática de los últimos 125 años ha sido capaz de sacarle mucho jugo a estas dos respuestas.



¿DEFINICIÓN INICIAL?

Esta puede ser vista como nuestra primera definición del infinito
(¿actual? ¿potencial?)





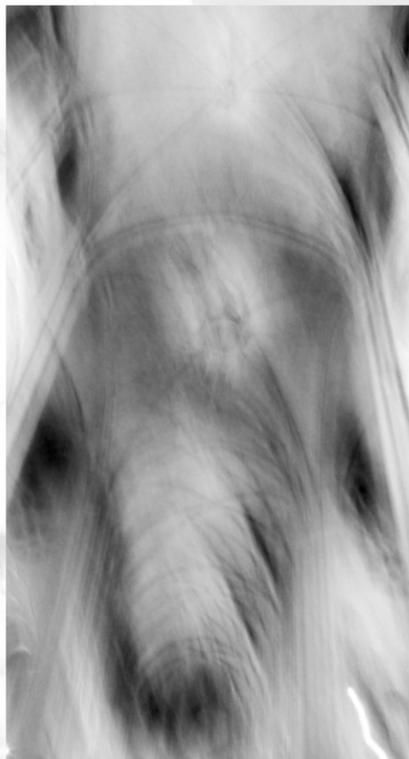
LOS INFINITOS MATEMÁTICOS / GRADACIÓN DE LA REFLEXIÓN

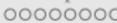
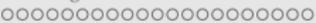




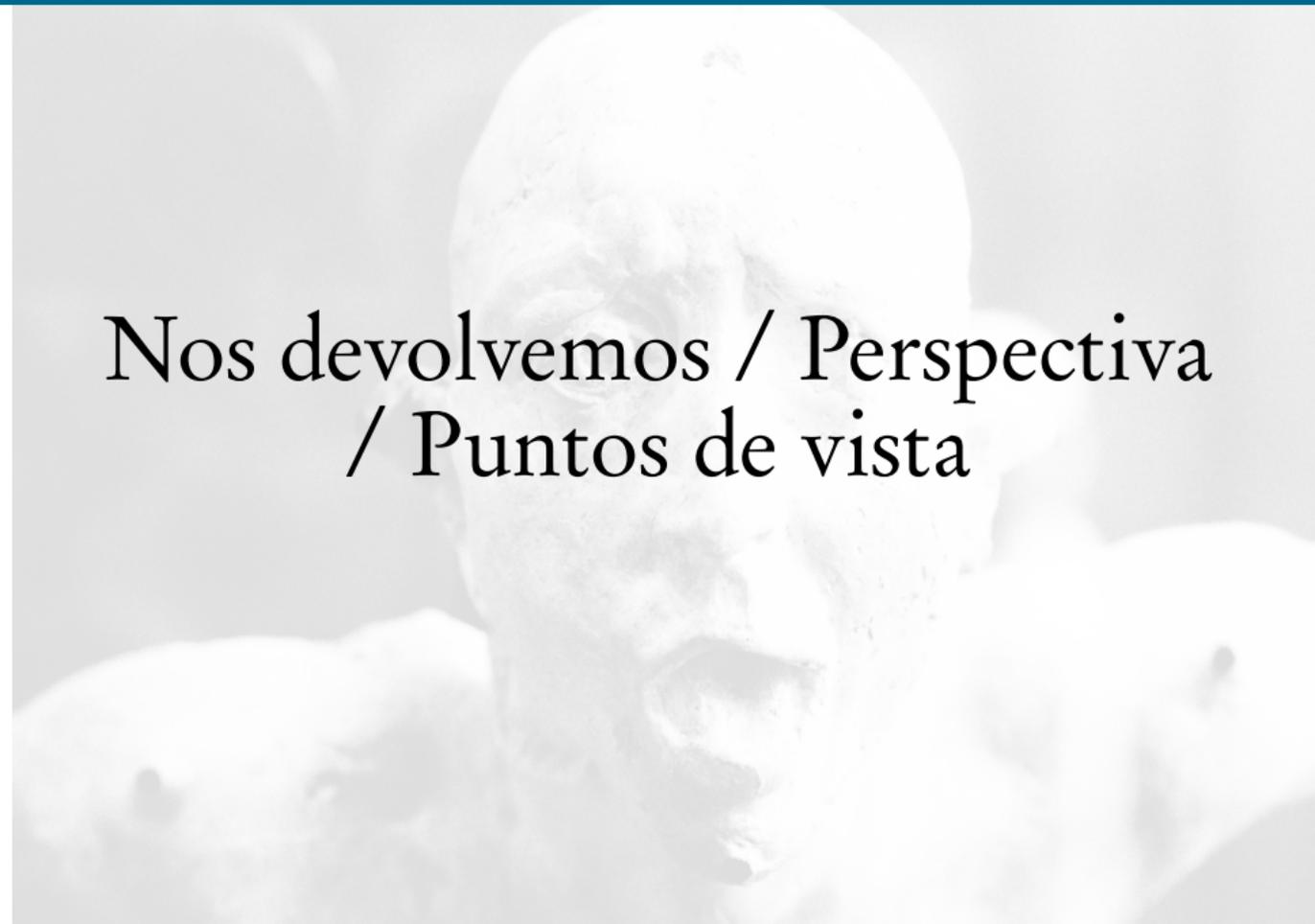
LOS INFINITOS MATEMÁTICOS / GRADACIÓN DE LA REFLEXIÓN

Grados de reflexión



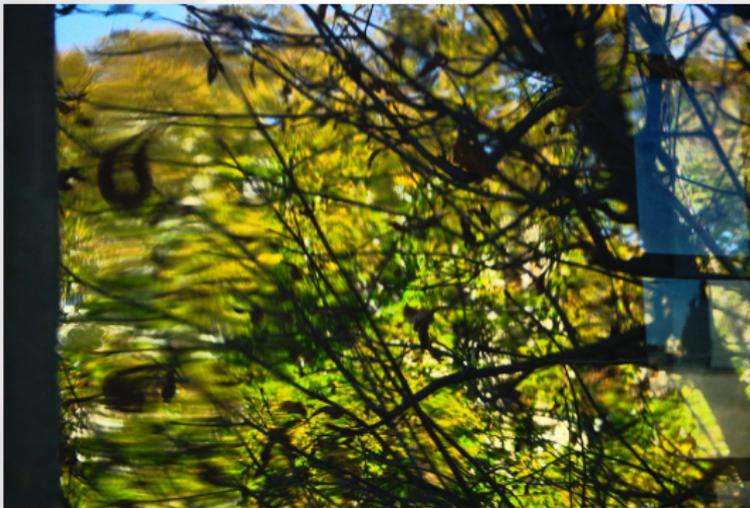


Nos devolvemos / Perspectiva / Puntos de vista





PERSPECTIVA(S) LIBRE(S)



La existencia de biyecciones y proyecciones entre el espacio tridimensional y el plano hace posible la representación del mundo a través de la perspectiva.

- ▶ Perspectiva en Grecia y en Renacimiento (muchos siglos)
- ▶ Perspectiva en íconos rusos
- ▶ Perspectiva Libre

¿Pérdida de la forma?



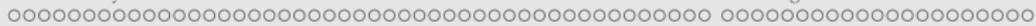
OTRAS PERSPECTIVAS: REGINA SILVEIRA



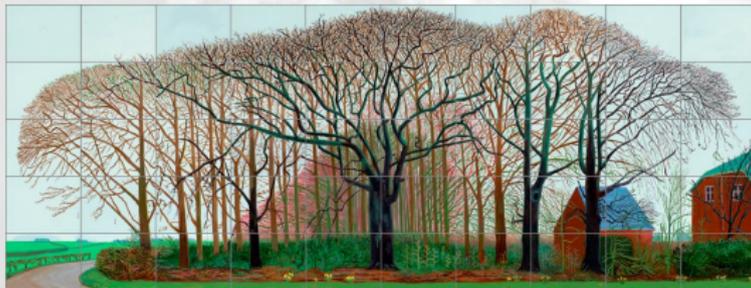


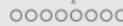
OTRAS PERSPECTIVAS: DAVID HOCKNEY





OTRAS PERSPECTIVAS: DAVID HOCKNEY



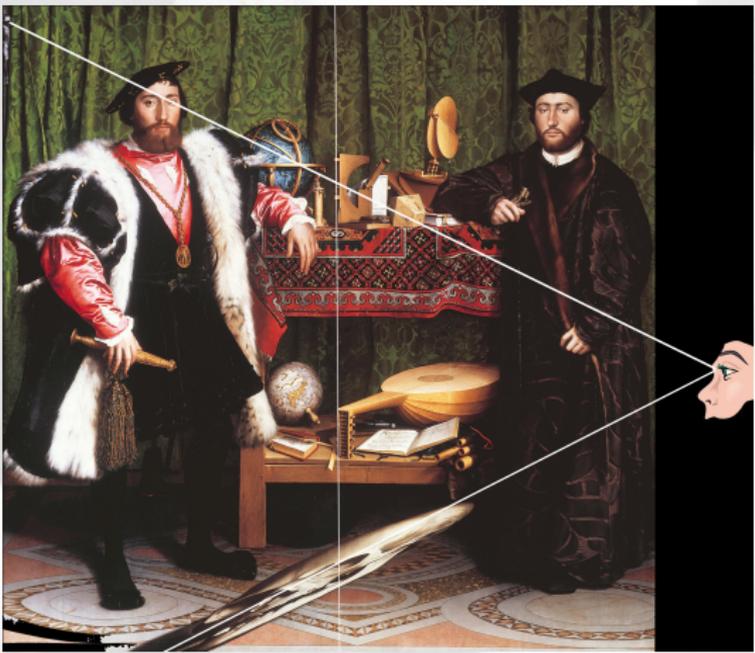


ANAMORFISMO: HOLBEIN





ANAMORFISMO: HOLBEIN



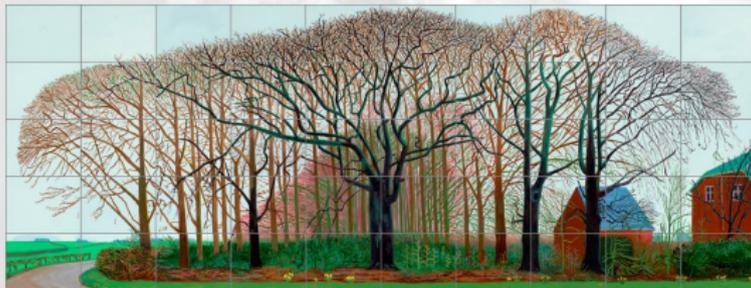


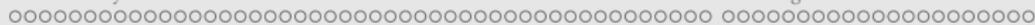
ANAMORFISMO: HOLBEIN





OTRAS PERSPECTIVAS: DAVID HOCKNEY





AÚN MÁS

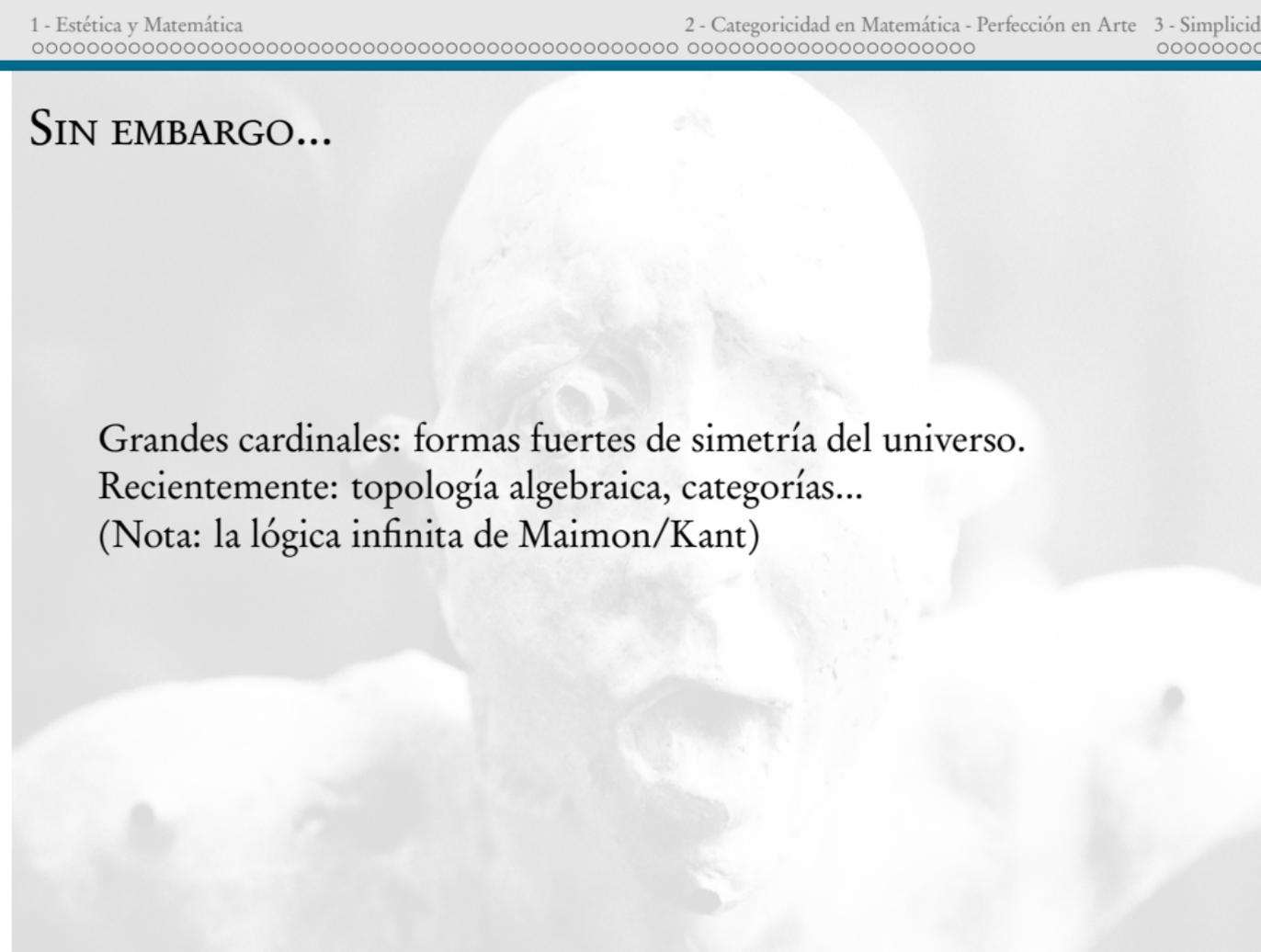


... pour Couturat... ces travaux ont définitivement tranché le débat, depuis si longtemps pendant entre Leibnitz et Kant. Ils ont montré qu'il n'y a pas de jugement synthétique a priori ... que l'intuition ne joue aucun rôle... on voit bien que c'est le centenaire de la mort de Kant...



SIN EMBARGO...

Grandes cardinales: formas fuertes de simetría del universo.
Recientemente: topología algebraica, categorías...
(Nota: la lógica infinita de Maimon/Kant)





¡GRACIAS A TODOS POR SU ATENCIÓN!

