



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Aspectos matemáticos de la danza contemporánea**

**Juan David Cárdenas Ramírez**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas  
Bogotá, Colombia  
2018



# **Aspectos matemáticos de la danza contemporánea**

**Juan David Cárdenas Ramírez**

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Matemático**

Director:  
Andrés Villaveces Niño

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas  
Bogotá, Colombia  
2018



A los otros, que me miran desde el espejo, sedientos,  
nostálgicos, maníacos, moribundos y melancólicos.



## Resumen

El objetivo principal de este trabajo de investigación es capturar, mediante conceptualizaciones matemáticas, algunos elementos técnicos de la danza contemporánea que no están en exclusiva relación con la forma del movimiento, sino que se articulan con otros aspectos que están involucrados con la intencionalidad del mismo, con la sustancia de la forma. Históricamente la notación en danza ha estado del lado de la forma, por lo que siempre se ha recurrido al uso de lenguaje de símbolos para describir el movimiento; al buscar hablar de la danza contemporánea desde la intención surgen otros elementos, aportados por el desarrollo teórico de Rudolf von Laban sobre el movimiento, que no pueden ser atrapados por una simple correspondencia simbólica. Una respuesta formulada para esta coyuntura se construye a partir de conceptos matemáticos como simetría, curvatura, digrafos, teoría del gesto de Mazzola, superficies, continuaciones analíticas y haces fibrados; siendo estos últimos la esencia del sistema de notación propuesto, al conectar la interpretación del movimiento por el danzante al tiempo. Adicionalmente, en base a algunos referentes desde la danza contemporánea, se construyen ejemplos de la conceptualización matemática, con el fin de mostrar algunas particulares en la aplicación de la misma.

**Palabras clave:** Danza, movimiento, intención, superficies, teoría del gesto, continuación analítica, haces fibrados.

## Abstract

The main objective of this research work is to capture, through mathematical conceptualizations, some technical elements of contemporary dance that are not exclusively related to the form of movement, but are articulated with other aspects that are involved with the intentionality of the same, with the substance of the shape. Historically the notation in dance has been on the side of the form, reason why the use of symbol language has always been used to describe the movement; looking for a notation from the intention other elements arise, contributed by the theoretical development of Rudolf von Laban on the movement, that can not be caught by a simple symbolic correspondence. A response formulated for this conjuncture is constructed from mathematical concepts such as symmetry, curvature, digraphs, gesture theory of Mazzola, surfaces, analytic continuations and sheaf spaces; the latter being the essence of the system of notation proposed, by connecting the interpretation of the movement by the dancer to time. Additionally, based on some references from contemporary dance, examples of the mathematical conceptualization are constructed, in order to show some particularities in the application of it.

**Keywords:** Dance, movement, intentin, surfaces, gesture theory, analytic continuation, sheaf space



# Contenido

<b>Resumen</b>	<b>VII</b>
<b>Introducción</b>	<b>3</b>
<b>1. Marco Histórico</b>	<b>5</b>
1.1. Notación matemática en danza . . . . .	6
1.1.1. La antigüedad . . . . .	6
1.1.2. El Renacimiento . . . . .	7
1.1.3. El Barroco . . . . .	8
1.1.4. El Romanticismo . . . . .	11
1.1.5. Siglo XX . . . . .	13
1.2. Danza y matemáticas . . . . .	17
<b>2. Conceptualizaciones previas</b>	<b>19</b>
2.1. Algunas nociones de la danza contemporánea . . . . .	19
2.2. Preliminares matemáticos . . . . .	23
2.2.1. Continuación analítica a lo largo de una curva . . . . .	24
2.2.2. Digrafos . . . . .	25
2.2.3. Haces fibrados . . . . .	27
<b>3. Codificación matemática</b>	<b>29</b>
3.1. Los recursos coreográficos . . . . .	29
3.2. Diseños de movimiento a partir de las dinámicas . . . . .	32
3.3. Diseños en el espacio . . . . .	34
3.4. Correlación entre $R$ , $E$ y $K$ . . . . .	36
<b>4. Ejemplos de la codificación</b>	<b>37</b>
4.1. Mats Ek - Smoke . . . . .	37
4.2. Grupo Corpo - Triz . . . . .	39
4.3. Margareth Arias - Provocar lo inesperado . . . . .	42
4.4. Compañía Residente del Teatro Jorge Eliécer Gaitán - Abrazos, trampas y otras fábulas . . . . .	45
<b>5. Conclusiones</b>	<b>51</b>
<b>A. Anexo: Construcción matemática del recorrido</b>	<b>53</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>55</b>



# Introducción

Una pregunta que ha obsesionado a múltiples pensadores a lo largo de la historia es la relación que pueda existir entre el arte y la ciencia, dos desarrollos del ser humano que han estado presentes en la humanidad desde sus inicios. Varios investigadores, desde diferentes disciplinas del arte y de las ciencias, han tratado de encontrar respuesta a esa pregunta generando puntos de encuentro entre ambos lenguajes, pero la forma en la que el arte hace sus desarrollos es muy diferente a la de la ciencia, debido a la naturalidad de las inquietudes de cada una: la ciencia quiere encontrar la explicación exacta de los fenómenos que atañen al ser humano y el arte busca brindarle al ser humano una ruta para expresar su ser.

El arte como herramienta para expresar el ser tiene una variable que resulta ser aleatoria en todos los casos y se escapa de la generalización, haciéndola encriptada para ciertos análisis científicos. Esta variable está relacionada con las diferentes percepciones de una obra, más precisamente con la relación que se genera entre el espectador y el artista, como sujetos, en el momento del encuentro. Si particularmente hablamos de la danza, podríamos atribuir este fenómeno al encuentro del director/coreógrafo con el espectador, por medio de la interpretación de cada danzante, entendiendo la interpretación como la forma en que cada uno llena el vacío existente entre técnica y técnica o entre movimiento y movimiento, es decir, una manera personal de encarnar y apropiar el movimiento, mediante las diferentes herramientas que posee cada cuerpo.

En cambio en la ciencia siempre se busca un control de las variables involucradas en cada situación, haciendo que el lenguaje manejado por ésta vaya adquiriendo cada vez más herramientas y extensión. Particularmente en las matemáticas ha existido un interés por la construcción de un sistema y un lenguaje, sobre el que se puedan soportar todos los desarrollos matemáticos, dejando así una estructura sólida para el uso en diferentes campos del conocimiento. ¿Es posible que este lenguaje tan preciso pueda dar información de la interpretación en la danza contemporánea?

Dicha pregunta motiva este proceso de investigación, que intenta encontrar un punto de conexión entre la danza y las matemáticas, en donde el lenguaje matemático es una herramienta que permite codificar algo de la presencia de la interpretación en la danza contemporánea. Esta interpretación posee diferentes ángulos desde los que se puede estudiar, debido a que en la composición de una pieza de danza contemporánea están presentes diferentes factores, como la música, los objetos de la escena, las acciones del cuerpo que permiten entrar al cuerpo en estados, etcétera; pero para este proyecto, inscrito dentro de las ciencias exactas, algunos elementos del ángulo técnico del movimiento y la composición en danza contemporánea serán la base para la construcción de la respuesta, ya que estos hacen la codificación con el lenguaje matemático más óptimo.

La danza contemporánea como técnica brinda tres elementos específicos: *los recursos coreográficos, el diseño de movimiento a partir de las dinámicas y el diseño en el espacio*; los cuales se relacionan íntimamente entre sí mediante el tiempo, construyendo una superficie sobre la que se ubican las escrituras poéticas del director/coreógrafo, la encarnación de los intérpretes/danzantes, y las lecturas supuestas de los espectadores; además la danza contemporánea, a diferencia de la danza clásica, en su métodos de creación se aleja de la búsqueda de la forma y se interesa por la *intención*, desligando la asignación única del movimiento al contexto de la pieza. Estos dos aspectos permiten pensar en una codificación/notación de las obras que no dependa exclusivamente del movimiento sino de su intención, que está soportada en la relación de los elementos técnicos anteriormente mencionados.

Desde las matemáticas, se propone una codificación/notación mediante la representación de la

secuencia de movimiento, como una función del tiempo en 3 espacios topológicos distintos, que representan cada uno de los elementos técnicos; dichos espacios topológicos están configurados de tal manera que la funcionalidad de cada elemento florezca de una manera natural. En el espacio de los recursos coreográficos las simetrías entre las gráficas de las funciones serán fundamentales para explorar las relaciones construidas sobre la ejecución de los movimientos; en el espacio de las dinámicas de movimiento, las características intrínsecas de las curvas/gráficas y de la superficie conformada por estas permiten observar el ritmo y los contrastes propuestos por el director/coreógrafo; y en el espacio de los diseños de movimiento la continuación analítica de una función/superficie a lo largo de una curva, da indicios de las asociaciones espaciales presentes en la pieza.

Adicionalmente cada uno de los espacios anteriormente mencionados, junto con las funciones propias de cada uno, pueden ser vistos como estructuras que se desenvuelven sobre el tiempo, comportándose de manera muy similar a un haz fibrado, que revela las íntimas acciones de los danzantes escondidas en el transcurrir del tiempo; paralelo a su desenvoltura sobre el tiempo, dichos haces fibrados se relacionan entre ellos, con el fin de amarrar todos los aspectos técnicos de la danza contemporánea al tiempo, dejando ver una percepción de la danza en la que su esencia no es ya el movimiento, sino el tiempo.

Siguiendo las particularidades y las rutas matemáticas se hace necesario exponer algunos ejemplos de la codificación/notación propuesta, de tal manera que se hagan explícitas las propiedades, caracterizaciones o casos particulares de las construcciones, razón por la cual se escogen minuciosamente fragmentos de piezas estrenadas o en proceso de creación, sobre las que se construye el modelo planteado y se hacen algunas acotaciones pertinentes. Adicionalmente, con estas construcciones se observa una aplicación, donde la notación de una pieza de danza contemporánea no depende de la forma del movimiento, y por tanto es posible reconstruirla independiente de los movimientos pero conservando la intencionalidad y el mensaje de esta.

## Capítulo 1

# Antecedentes históricos de la relación entre danza y matemáticas

La búsqueda de conexiones entre la danza y las matemáticas ha intrigado a filósofos, matemáticos y bailarines desde el renacimiento; éstos, a través las diferentes expresiones y corrientes, tanto de la danza como de las matemáticas, han producido un amplio espectro de cruces entre ambas disciplinas. Cómo lo relata Alemany en [1], antes del siglo XV la danza poseía un componente espiritual y en las comunidades se hacía uso de esta dentro de rituales, solemnidades y celebraciones en donde acompañada de música, vestuarios y algunos elementos simbólicos suplía la necesidad del ser humano de comunicar y expresar corporalmente sentimientos y estados de ánimo, razón por la cual esta conexión no había sido desarrollada. Es hasta después del Renacimiento en donde la danza adquiere una formalización con el ballet clásico, convirtiéndose en una disciplina estructurada sobre la cual la codificación resultó ser mucho más efectiva, y fue mucho más natural introducir indirectamente algunos conceptos algebraicos, respondiendo a una búsqueda de notación para la danza.

Haciendo una inspección del texto de Guest[4], se puede observar que la rama de las matemáticas que encontró mayor aplicación en la formalización de la danza clásica fue la geometría euclíadiana, ya que los ángulos, las líneas, las rotaciones y las simetrías son elementos privilegiados por esta formalización tanto en la forma del movimientos como en el desplazamiento por el espacio. Con elementos proporcionados por la geometría, algunos matemáticos e investigadores de la danza se interesaron por construir una forma en la que se pudiera hacer registro escrito de grandes composiciones de este periodo, de igual forma que con las piezas musicales. Esta búsqueda, a medida que avanzaba el tiempo y con este las formalizaciones de la danza, fue abarcando un mayor número de posibilidades, modelos y construcciones que sólo eran útiles en una pequeña parte de estas ramificaciones dancísticas.

En el texto de Alemany [2], es claro que antes de la segunda guerra mundial el ballet era la única danza sobre la que estábamos interesados, pero después de la segunda guerra mundial, cuando tiene lugar aparece la revolución de la danza moderna, y ésta toma el lugar privilegiado que antes pertenecía únicamente al ballet, estas investigaciones dirigen su mirada a otras posibilidades en danza y en el movimiento. Con este cambio de objeto de estudio, esta búsqueda alcanza su auge, mediante el modelo de notación propuesta por Rudolf von Laban[4], pionero de la danza moderna en Europa y del análisis del movimiento. Su trabajo desarrolló unas bases sólidas en el análisis del movimiento, con las cuales proporcionó un sistema de notación para la danza que también era aplicable a otras expresiones dancísticas de la época, como las danzas folclóricas. La base de este trabajo fue la clasificación del movimiento y la codificación del mismo, con respecto al danzante en particular y al espacio.

Posterior a la danza moderna, a finales del siglo XX, aparecieron otras corrientes en la danza que centraban su atención en otros aspectos más allá de la pura forma del movimiento. Esto hizo que

la notación propuesta por Laban quedara fuera de foco, y se abriera la puerta para investigadores interesados en establecer otros conceptos y codificaciones que den cuenta de los componentes relevantes en dichas expresiones dancísticas. Estos nuevos desarrollos más que buscar un notación para la danza se inquietan por similitudes entre estructuras de diferentes ramas del conocimiento y características propias de la danza, como la presencia de movimientos básicos que generen los demás pasos, el uso del espacio y de los objetos, etcétera.[12][11]

A continuación se intentará hacer explícito el trabajo y la investigación de algunos personajes y movimientos históricos, con el fin de establecer una ruta temporal en las conexiones propuestas entre matemáticas y danza. Esta indagación histórica está lejos de ser completa, ya que algunos intentos o ideas desarrollados fueron devorados por las circunstancias sociales de las épocas y sepultados por el tiempo, haciéndolos inaccesibles para la actualidad.

## 1.1. Notación matemática en danza

Una notación matemática es un sistema de escritura usualmente relacionado con la matemática, utilizado para registrar conceptos. La notación es una correspondencia entre símbolos o expresiones simbólicas y significados semánticos precisos, lo que da lugar a una codificación del lenguaje. En la historia de las matemáticas ha sido necesario un lenguaje simbólico formal, que no dé lugar a ambigüedades en el desarrollo teórico y que permita una serie de convenciones propias; este lenguaje esta conformado por símbolos que representan conceptos, relaciones, operaciones, fórmulas, patrones, formas y cambios, y que en general no son abreviaturas, sino entidades con valor propio y autónomo.

Igualmente en la danza, ha sido necesario crear un método que permita escribir una pieza mediante un lenguaje simbólico formal, de tal manera que pueda ser preservada en el tiempo y por tanto re-montada o re-interpretada en otro momento. Esta necesidad requiere condensar una acción en la que intervienen más de tres dimensiones espaciales usuales, en una escritura o símbolo de dos dimensiones. Es decir, no basta caracterizar ciertas posturas, posiciones o recorridos básicos del movimiento, como sucede con las notas musicales en la música, si no hay que tener en cuenta otros aspectos que son importantes a la hora de hablar del movimiento, como el tiempo, la dinámica, la ubicación espacial y la ubicación en relación a otros movimientos. Esta necesidad ha tenido diferentes manifestaciones desde las grandes civilizaciones antiguas hasta nuestros días.

### 1.1.1. La antigüedad

Como lo expone Alemany en [2], en las civilizaciones de Egipto, Grecia, Roma, India, China y América Pre-Hispánica la danza estaba relacionada con rituales, religión y creencias que dichas culturas habían instalado dentro de la sociedad, entonces cada danza tenía una estructura y una finalidad específica, la cual demarcaba la naturalidad del acto con vestimentas, coreografías, cantos y música particular. Algunas de estas finalidades son: comunicarse con los dioses, invocar o alejar eventos de la naturaleza, celebraciones de momentos de la vida cotidiana (matrimonios, nacimientos, defunciones, etc.), ceremonias de fecundidad, caza y guerra.

Algunos de estos pueblos consignaban sus rituales, y por tanto estas danzas mediante imágenes que grababan en diferentes lugares de su entorno. Los griegos y los romanos lo hacían en los templos, vestiduras y recipientes que eran usados dentro de los rituales; de manera tal que estos actos resultaban estar cargados, mediante significantes, de solemnidad. Los egipcios usaban las paredes de sus pirámides y santuarios para grabar sus rituales, y sus danzas que estaban tan vinculadas a la religión y al faraón que sólo podían ser precedidas por personas específicamente entrenadas para esta actividad. Particularmente en India se encontraron libros del siglo II antes de Cristo que describían verbalmente rituales y danzas.

En general, en esta época de la humanidad la danza era escrita en forma de una narración que describía el ritual, y usualmente estaba acompañada por ilustraciones. Sin embargo éstos no puede ser entendidos formalmente como un sistema de notación, ya que el lenguaje simbólico formal usado no permitía capturar los movimientos del cuerpo, a diferencia de las posiciones, y por tanto las danzas no podían ser reconstruidas posteriormente.

### 1.1.2. El Renacimiento

En Italia, Francia y España se desarrolló durante el siglo XV un estilo de danza cortesana, llamada 'Baja Danza', que esencialmente era una combinación de compases 6/4 y 3/2 que se bailaba en parejas, con secuencias conformadas únicamente por cinco movimientos tranquilos y deslizados al caminar. Los cinco pasos que conformaban esta danza eran:

- Reverencia (R): Una formal inclinación del cuerpo con la cual ambos danzantes iniciaban y terminaban la secuencia.
- Paso (s): Denominado en el idioma original como un 'simple' era un paso hacia adelante de un pie, que luego era alcanzado por el otro pie.
- Doble (d): Consistía en dos pasos simples seguidos
- Retorno (r): Un paso hacia atrás
- Continencia (b): Un paso oscilante que se conformaba por dos pasos en falso.

Sobre este estilo de danza se encontró la primera configuración que puede ser considerado como un sistema de notación: un manuscrito de dos páginas encontrado en Cervera, Cataluña. Este lenguaje simbólico formal se conformaba por abreviaturas de los nombres de los cinco pasos básicos: *R* para reverencia, *s* para sencillo, *d* para doble, *b* para continencia y *r* para retorno, un ejemplo de estas primeras notaciones se puede observar en la figura 1.1.

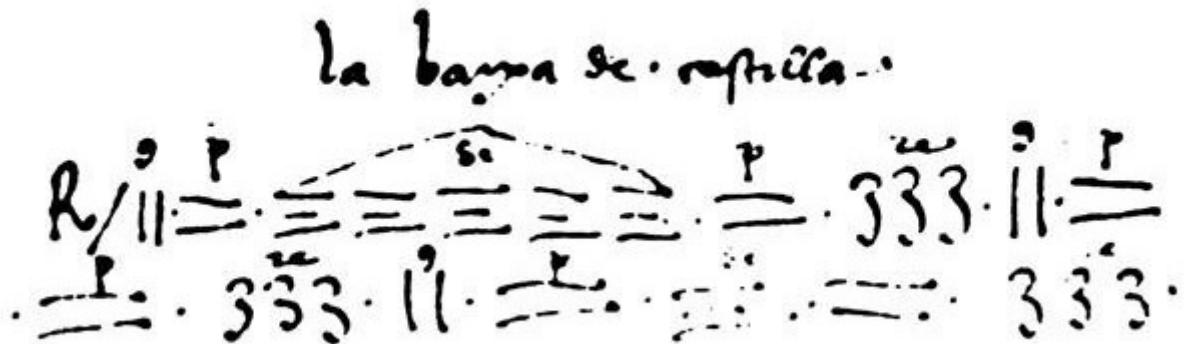
R 9 p p de de de p re re re (etc.)  
 R b s s d d d s Z Z Z (etc.)

**Figura 1.1:** Ejemplo de notación de 'Baja Danza'. Fuente: [4]

También se encontraron manuscritos posteriores a estos en los que las letras eran remplazadas por signos (Ver Figura 1.2), y con esta configuración algunos registros de danzas (Ver Figura 1.3) .

- a)  = reverencia (R)
- b)  = continencia (9)
- c)  = paso (p)
- d)  = doble (de)
- e)  = represa (re)

**Figura 1.2:** Símbolos de los pasos básicos de 'Baja Danza'. Fuente: [4]



**Figura 1.3:** Notación con símbolos de ‘Baja Danza’. Fuente: [4]

En adición a este sistema, el francés Thoinot Arbeau organizó en su libro ‘Orchesographie’ (1588) una configuración para describir danzas de ese periodo, que consistía en poner el nombre de los movimientos del danzante junto al arreglo vertical de la música; sin embargo esto no puede denominarse un lenguaje simbólico formal debido a la falta de uso de símbolos.

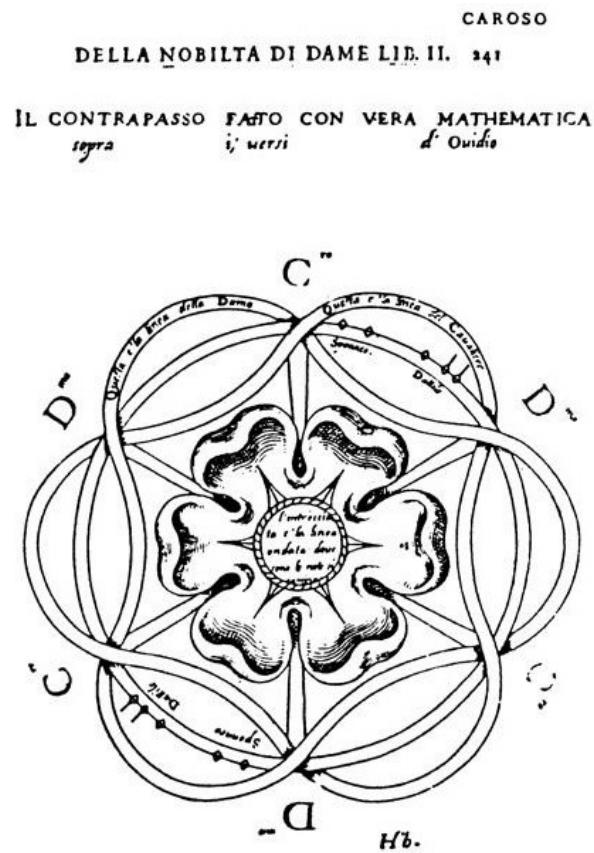
### 1.1.3. El Barroco

Durante el Barroco corrientes y escuelas del ballet clásico centraron su atención en los recorridos de los danzantes en el espacio, que desde la composición tenían connotaciones simbólicas, por lo cual los sistemas de notación desarrollados especificaban los diseños propuestos por cada una de las escuelas. Un ejemplo de esto es el libro ‘Nobilità di Dame’ de Fabritio Caroso publicado en 1600 en el cual se construyó una estructura en el piso denominada el patrón rosa del contrapaso, (Ver Figura 1.4) que los danzantes recorrían en direcciones opuestas. Posteriormente este sistema fue implementado por otras escuelas francesas, adaptándolas a necesidades particulares de cada uno (Ver Figura 1.5)

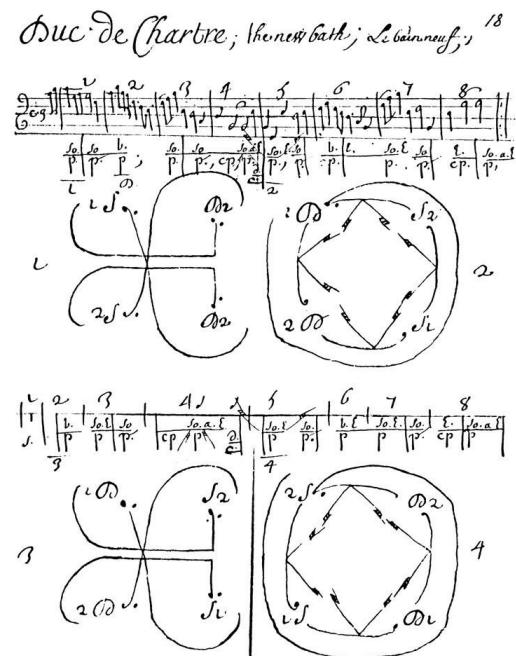
Posteriormente André Lorin, quien introdujo por primera vez danzas tradicionales británicas en Francia, produjo un manuscrito en el cual las indicaciones del movimiento estaban ubicadas en relación con la música, especificando diferencias entre el hombre y la mujer, pero en esencia sus signos eran abreviaturas de los nombres de los pasos y no descripciones meticulosas de los mismos.

El primer lenguaje simbólico formal que dio paso al primer sistema de notación importante se encontró en Francia, y data del reinado de Luis XIV, en el que los trayectos dibujados en el espacio servían como base para dibujar signos que indicaban los movimientos que se utilizaban en dicho recorrido. Esta configuración fue desarrollada por Pierre Beauchamp junto con su estudiante Raoul Feuillet, y fue publicada en 1700 bajo el nombre de ‘Chorégraphie; ou l’art de décrire la danse’ (Coreografía; o el arte de describir la danza).

Esta configuración tenía símbolos específicos para la ubicación espacial de los hombres y las mujeres, la posición de los pies y el recorrido de los mismos en los desplazamientos; dentro de estas configuraciones había una correlación con lo estipulado en la técnica clásica respecto las posibilidades permitidas para diferentes partes del cuerpo. Como ya se había mencionado antes, sobre estos desplazamientos de dibujaban especificaciones de los movimientos que se ejecutaban, usualmente de los brazos o las piernas, también en correlación con las posibilidades dadas por la técnica clásica. Algunos movimientos de la técnica clásica que generaban un desplazamiento por su naturaleza (giros y saltos) también tenían una configuración especial que no alteraba el

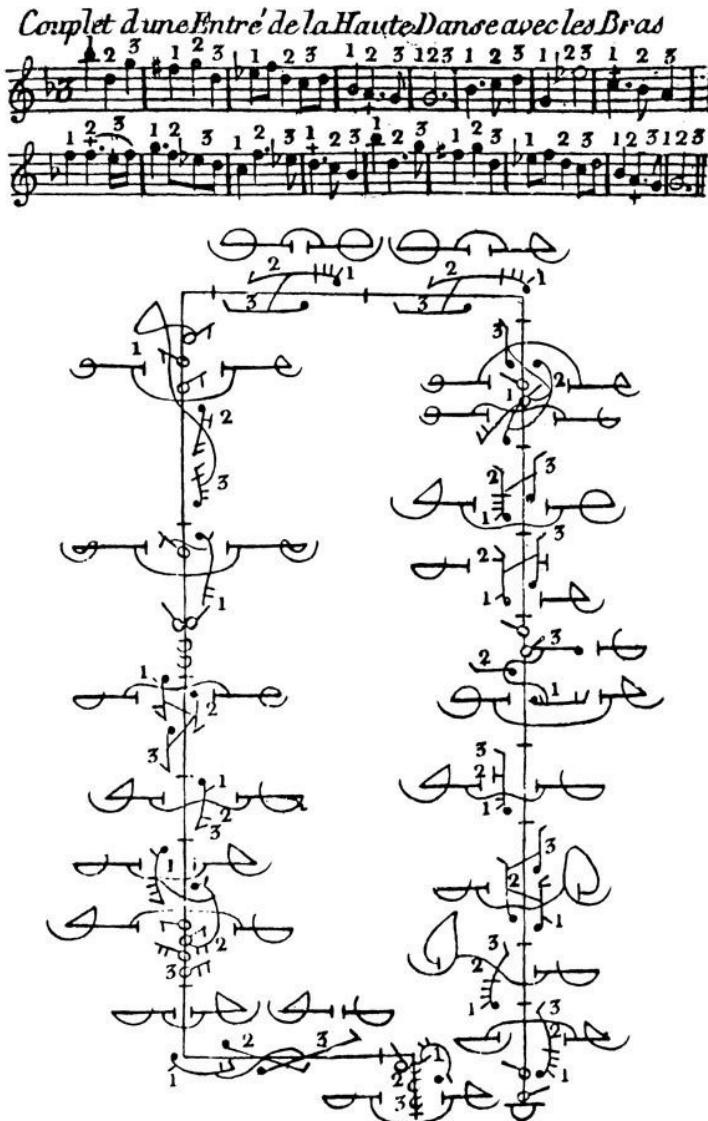


**Figura 1.4:** Diseño del patrón de rosa del contrapaso. Fuente: [4]



**Figura 1.5:** Aplicación del sistema de Fabritio Caroso. Fuente: [4]

diseño del recorrido principal de la secuencia; en la figura 1.6 podemos apreciar la notación de una secuencia de movimiento junto con la partitura musical que acompaña a esta.



**Figura 1.6:** Secuencia de movimiento en la notación de Feuillet. Fuente: [4]

Dicho sistema se extendió rápidamente por las escuelas de Europa, debido a la completitud que aportaba a los desplazamientos y su facilidad al momento de aplicar, de tal manera que libros de colecciones de danzas eran publicados anualmente con este sistema de notación. Sin embargo a medida que avanzó el tiempo, se fueron descubriendo algunas falencias de esta configuración, por ejemplo, el descuido de los movimientos de preparación que no figuraban en la partitura musical, o la falta de precisión en el nivel de altura de las piernas o los brazos en algunos movimientos.

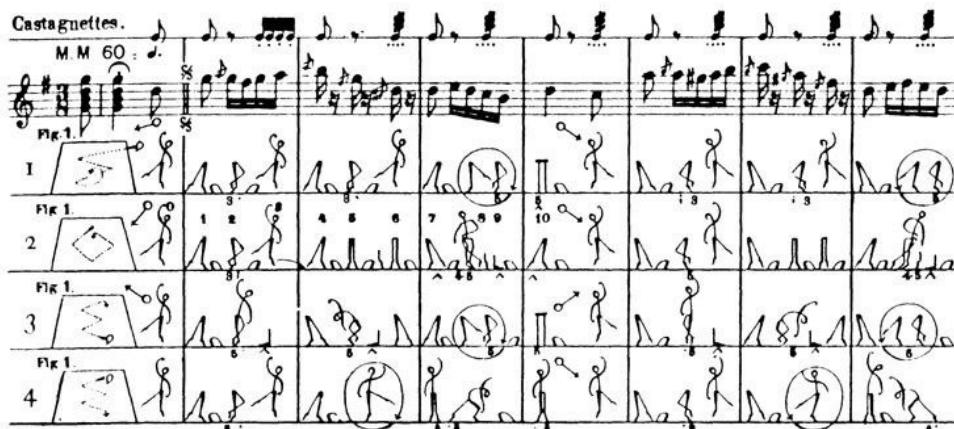
Este sistema era muy efectivo para la técnica de danza usada en ese momento en las escuelas reconocidas en Europa, pero con la llegada de la Revolución Francesa, la educación de esa técnica de danza clásica en las cortes reales decreció, debido a la fusión con algunos elementos acrobáticos que provenían de la danza popular de esa época, lo que generó un mayor rango de posibilidades en la creación y ejecución de movimiento por parte de los danzantes, dejando al sistema de notación de Feuillet con grandes problemas para describir estas nuevas eventualidades.

### 1.1.4. El Romanticismo

Debido a la fusión producida por la revolución francesa, los sistemas de notación encontraron su camino en la representación de movimientos mediante figuras del cuerpo humano y del espacio conformadas por líneas. Uno de los sistemas desarrollados durante este siglo, apreció a mediados del siglo XIX, más exactamente en 1852 cuando Arthur Saint-Léon propuso una configuración llamada ‘Sténochorégraphie’, la cual combinaba dibujos de figuras abstractas con notas musicales para especificar el tiempo y el no-tiempo (preparación); en dicho libro estaba incluida la notación de su obra para seis danzantes ‘La Vivandière’, que era un gran exponente del ballet romántico de la época. Desafortunadamente no existen más registros de esta notación, por lo cual se supone que esta no tuvo una buena recepción en la comunidad dancística de la época.

En el año 1831, un poco reconocida maestro inglés de danza, E. A. Théleur publicó ‘Letters on Dancing’, en el cual se evidencia una preocupación por el arte de la danza y la forma correcta de ejecutar los movimientos. Su desarrollo fue adelantado a su época, ya que todos sus contemporáneos aún estaban trabajando con el apoyo que proporcionaba la notación de las piezas musicales, sobre las que se construían las obras de danza; pero él se aventura a hacer un análisis del movimiento para estructurar e introducir un conjunto de símbolos que dieran cuenta de una serie de movimientos básicos del ser humano, su lista se limitó a agrupar: flexiones, elevaciones, deslizamientos, curvas, saltos, extensiones y agrupaciones. Esta lista de acciones básica no es precisa, ya que deja por fuera muchas otras posibilidades de movimiento del ser humano, y hace explícitas algunas posibilidades que no son necesarias o primarias, sin embargo podríamos considerar este sistema como un prefiguración de lo que en a principios del siglo XX se conocerá como la ‘Labanotacion’.

Posterior a esto, en 1887, el alemán Friedrich Albert Zorn publicó su texto ‘Grammar of the Art of Dancing’, el cual despertó mucho interés en la comunidad alemana y estadounidense, sin embargo el tiempo también devoró esta configuración y no hubo avances significativos sobre esta. El desarrollo propuesto por Zorn estaba principalmente enfocado en establecer el tiempo preciso de ejecución de la técnica, y para esto usaba el análisis del movimiento estrechamente relacionado con la música sobre a cual se ejecutaba la secuencia. Un ejemplo de dicha notación puede apreciarse en la figura 1.7.



**Figura 1.7:** Secuencia de movimiento en la notación de Zorn. Fuente: [4]

Estas configuraciones basadas en dibujos abstractos guardaban una profunda relación entre la técnica clásica y la música, de tal manera que posterior a esto, gracias a la construcción estricta del ballet sobre las notas musicales, la idea de usar las notas musicales para notar el movimiento tomó gran relevancia. Esto se puede apreciar en el lenguaje simbólico formal construido por el bailarín ruso Vladimir Ivanovich Stepanov, que en 1892 publicó ‘L’Alphabet des mouvements du corps humain’ (El alfabeto de movimientos del cuerpo humano); debido a la temprana muerte de Stepanov (29 años) este sistema no logró un gran impacto en la notación en danza, sin embargo la escuela Mariinsky Ballet de San Petersburgo lo adoptó para notar y preservar su repertorio durante muchos años.

*Музыкальная вариация*  
*с о. А. Гарсии.*  
*из 3<sup>го</sup> движения балета.*  
*„Лебединое озеро.“*

148. *Tempo di valse.*

*Муз. П. Чайковского.*

Figura 1.8: Variación en la notación de Stepanov. Fuente: [4]

En ‘L’Alphabet des mouvements du corps humain’ Stepanov propuso un método basado en el análisis anatómico del movimiento, es decir, se basó en las características anatómicas del cuerpo (direcciones, flexiones, extensiones, rotaciones, abducciones y aducciones) y las capacidades que están proporcionaban para establecer una relación directa entre el tiempo que necesita el danzante para ejecutar un movimiento y el tiempo de la música, haciendo más precisa la correspondencia entre los movimientos y el soporte sonoro. Debido a el estudio anatómico del cuerpo, este sistemas también fue aplicado en otras disciplinas que involucran el cuerpo y su disposición en el espacio. En la figura 1.8 se puede apreciar el uso de esta sistema por el Mariinsky Ballet para notar la variación del principio en el tercer acto de ‘La Bella Durmiente’.

### 1.1.5. Siglo XX

El siglo XX marcó una discontinuidad en el proceso de búsqueda de una notación para la danza; algunos de los sistemas de finales del siglo XIX tuvieron desarrollos importantes en la primera mitad del siglo XX, pero en 1928 el teórico húngaro de la danza Rudolf von Laban expone ante el mundo su ‘Labanotation’, sistema que solucionaba de forma satisfactoria las particularidades de la danza moderna, ya que esta estaba compuesta por varias técnicas y estilos que la nutrían de manera sorprendente, dejándola llena de nuevos aspectos por capturar en un lenguaje simbólico formal.

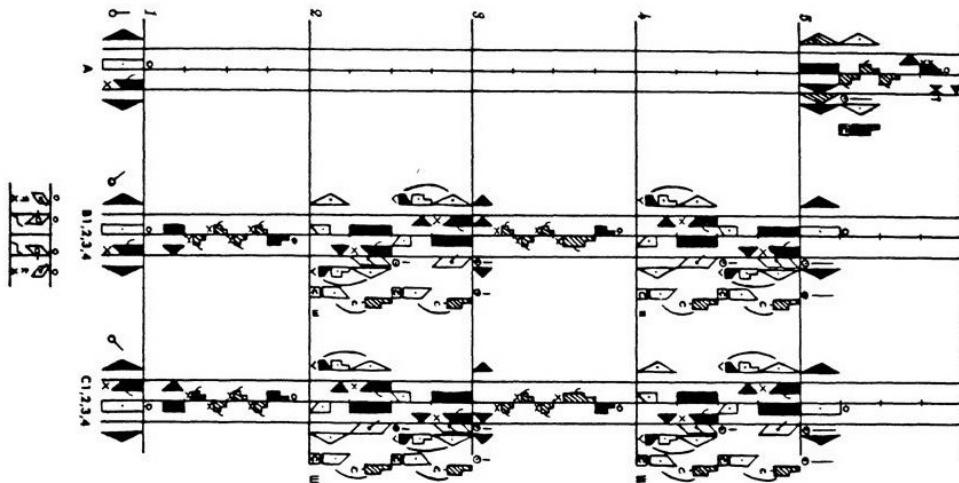
El sistema propuesto por Stepanov fue retomado por diferentes bailarines y coreógrafos para desarrollar otras configuraciones. El sistema que más avanzó sobre las ideas de Stepanov fue el creado por el legendario bailarín ruso Vaslav Nijinsky, que modificó el sistema y mejoró mayor parte de las ideas, especialmente las relacionadas con la indicación de direcciones y niveles; dicho sistema permitió que él mismo notara su ballet ‘L’Après-midi d’un faune’ (Tarde de un fauno), lo que facilitó que posteriormente esta obra pudiera volver a ponerse en escena de la misma forma que la versión original.

Posterior a estas propuestas de notación basadas en el acompañamiento musical y el ritmo, se vuelve sobre una propuesta planteada en el siglo XIX por Théleur, en la que el uso de símbolos abstractos era la herramienta predilecta, y se agrego el razonamiento con argumentos matemáticos que potencializaron su desarrollo, dicho trabajo fue realizado por Margaret Morris y Rudolf von Laban. Morris fue una bailarina, maestra, coreógrafa y terapeuta del movimiento, cuya inquietud estaba orientada a la construcción de un sistema terapéutico a través de la danza, lo cual requería una forma de notar secuencias de movimiento para que los estudiantes de dicha técnica y los pacientes pudieran ejecutar dichas secuencias. Dicho sistema de notación fue publicado en 1928 bajo el nombre de ‘The Notation of Movement’, y estaba centrado en el cuerpo, y en su estructura anatómica, simbolizando movimientos para cada partes del cuerpo. Dicha característica, al igual de sistemas desarrollados en el pasado, dejaba que el mismo movimiento básico fuera simbolizado de la misma manera para diferentes partes del cuerpo, lo cual hacía este sistema menos eficiente.

Paralelamente al trabajo publicado por Morris, Rudolf von Laban también publicó su trabajo en 1928 bajo el nombre de ‘Schrifttanz’ (Danza escrita) en donde estableció las bases del sistema de notación denominado ‘Labanotation’. Laban llegó a este desarrollo gracias a su inicial interés en el movimiento en diferentes campos, y lo concretó mediante el estudio de las raíces del movimiento y sus observaciones de personas trabajando, jugando o moviéndose en su cotidianidad, además de agregar aspectos espaciales que ayudaron a configurar su lenguaje simbólico formal. Inicialmente el sistema fue planteado desde una perspectiva espacial del movimiento, a la que posteriormente se le agregó una descripción anatómica. En esencia, este sistema es un alfabeto de símbolos, en el que cada movimiento puede ser deletreado mediante con la secuencia de sus componentes básicos, y luego ubicado en un pentagrama de tres líneas que representa el cuerpo y sirve para especificar que parte del cuerpo se estaba moviendo; las especificaciones de dirección y nivel del movimiento están dadas por la forma y el sombreado del símbolo correspondiente; su longitud representaba al duración.

En décadas posteriores, diferentes teóricos de la danza y del movimiento en general, fueron refinando este sistema introduciendo nuevos símbolos al alfabeto que representaban movimientos de cabeza o torso y especificando aún más la temporalidad de los movimientos, de tal manera que

este fue apto para ser aplicado no sólo en la danza clásica y moderna sino también en danzas tradicionales, gimnasia, terapias del movimiento, varios deportes y hasta en estudios relacionados con el comportamiento de algunos animales. Un ejemplo de uso de este lenguaje se puede apreciar en la figura 1.9.



**Figura 1.9:** Secuencia de movimiento en Labanotation. Fuente: [4]

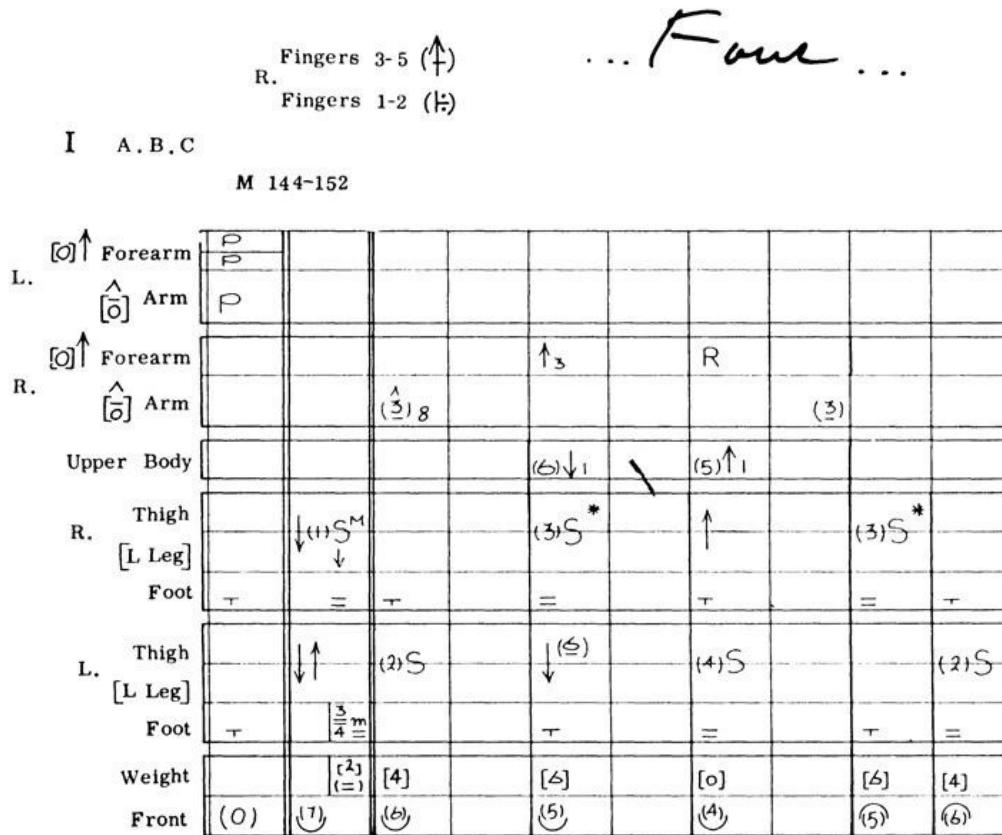
Otros sistemas de notación fueron inventados por teóricos después de la aparición de la ‘Labanotation’, empujados por otras ideas u otros intereses particulares sobre la danza, entre ellos podemos resaltar los modelos de Pierre Conté, Alwin Nikolais, Eugene Loring junto a D.J. Canna y Noa Eshkol junto a Abraham Wachmann. Pierre Conté fue un músico francés que publicó ‘Écriture de la danse théâtrale et de la danse en général’ (Escritura de danza teatral y danza en general) en 1931, el cual se consagró como el sistema de notación basado en la música más preciso, construido a partir de un estudio de la relación entre el ritmo de la música y de los movimientos, y consistía en notas musicales con signos simples ubicados en una partitura musical extendida que daban cuenta de los movimientos en determinado tiempo.

El músico, coreógrafo y maestro de danza estadounidense Alwin Nikolais construyó su sistema en 1945 en un texto no publicado llamado ‘Choroscript’, el cual se hizo público debido a su aparición en revistas y artículos de los años 1950; este sistema se basó en la Labanotation, a la cual agregó algunas especificidades relacionadas con las notas musicales, lo que permitió un mayor grado de precisión con respecto al tiempo. En 1955 la bailarina y coreógrafa Eugene Loring junto con D.J. Canna publicó su texto ‘Kinesegraphy’, en el que propuso un análisis del movimiento poco usual hasta la época, ya que introdujo la emoción en el análisis del movimiento que antes solo era estudiado en un nivel compuesto por: dirección, flexión y espacialidad. Esta nueva mirada permitió ampliar la descripción de la ejecución de los movimientos, a algo cercano a la interpretación, que es un componente añadido en la danza moderna.

El sistema desarrollado por la teórica de la danza israelí Noa Eshkol y el matemático Abraham Wachmann fue dado a conocer en 1958 con la publicación del ‘Movement Notation’, el cual desarrolló un análisis del movimiento desde el punto de vista anatómico y matemático, ya que el interés de estos investigadores era explorar las figuras abstractas y los diseños generados por el movimiento de los danzantes, es decir, un interés por los recorridos del movimiento y no sólo el destino del mismo; razón por la cual fue necesario un estudio de las posibles trayectorias de las extremidades y el torso, de lo cual resultaron aproximaciones a movimientos planos, rotacionales y cónicos. Para representar estas aproximaciones de los movimientos, números y una pequeña colección de símbolos fueron usados, de tal manera que el cuerpo era entendido como un objeto inmerso en el espacio, dotado con extremidades que generaban una geometría.

En principio este sistema estaba destinado a ser usado sólo en las coreografías de Noa Eshkol, sin embargo, la Sociedad de Notación del Movimiento, escuela a la que ella estaba articulada, empezó a publicar libros en donde ese sistema era usado para ilustrar danzas folclóricas, clásicas,

modernas, otras formas de arte y el movimiento de los animales. Un ejemplo de la codificación de este lenguaje simbólico formal es explícito en la figura 1.10.

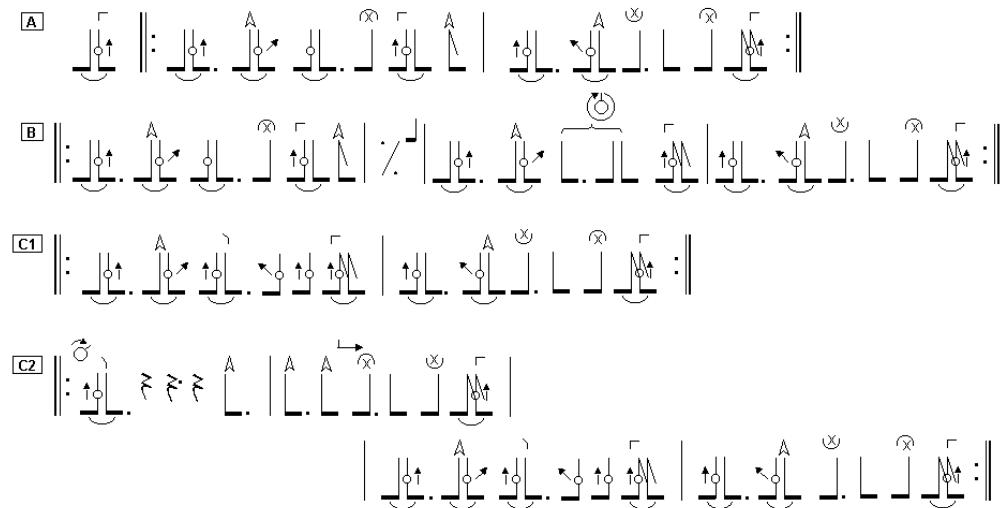


The diagram illustrates a movement sequence using Eshkol-Wachmann notation. At the top, there are two rows of symbols: 'Fingers 3-5 (↑)' and 'Fingers 1-2 (↗)'. Below these are the labels 'I A.B.C' and 'M 144-152'. The main part is a grid with columns labeled from 1 to 8. Rows represent different body parts: L. Forearm, R. Forearm, R. Arm, Upper Body, R. Thigh, L. Leg, Foot, L. Thigh, L. Leg, Foot, Weight, and Front. The grid contains various symbols indicating movement direction and timing, such as arrows (↑, ↗, ↓, ↘), numbers (e.g., 3, 5, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 15, 16), and letters (P, S). There are also handwritten annotations like '(3) 8' and '(3)'. A large handwritten '... Four ...' is positioned above the grid.

**Figura 1.10:** Secuencia de movimiento en la notación Eshkol-Wachmann. Fuente: [4]

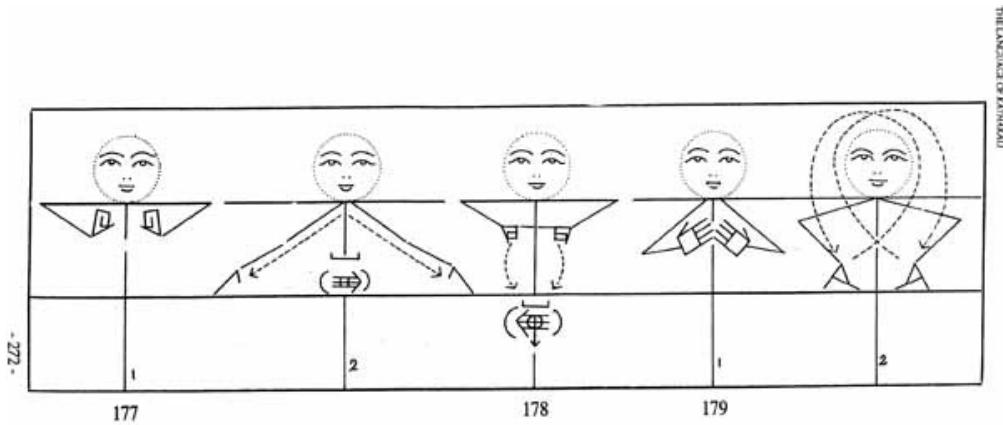
Durante el siglo XX la Labanotation se extendió por la mayoría de escuelas de danza en el mundo ya que este sistema basado en símbolos abstractos era suficiente para las necesidades de la época. Por ejemplo en Estados Unidos el sistema fue implementado en las escuelas en 1952. Sin embargo aparecieron otras formas de notación para la danza en otros lugares del mundo principalmente para documentar danzas tradicionales, algunos son sistemas similares a los ya propuestos en Europa y otros con sistemas diferentes, entre ellos destacan los propuestos en Londres, Rusia, Rumanía, Corea del Norte, India y China. En Londres el artista Rudolf Benesh y la bailarina Joan Benesh produjeron uno de los sistemas de dibujos por líneas más exitoso, este constaba de una matriz que contenía posiciones y movimientos de la secuencia y se ubicada dentro de un pentagrama horizontal que representaba las partes del cuerpo del danzante (desde la cabeza hasta los pies), las indicaciones de tiempo eran escritas fuera del pentagrama y los movimientos que eran demasiado complejos eran escritos con signos, números o anotaciones adicionales; este sistema fue usado por la compañía de ballet de la que Benesh hacía parte.

En Rusia y Rumanía los sistemas desarrollados fueron específicamente para sistematizar las danzas folclóricas tradicionales, entre estos sistemas se destaca la 'Romanotation', publicada en 1956 por Vera Proca-Ciorcea. Este sistema se construye a partir especificidades en las direcciones y posiciones que toman las partes del cuerpo al realizar los movimientos involucrados; dentro de esta codificación resalta la puntualización del posicionamiento de las diferentes extremidades del cuerpo en un mismo movimiento. Un ejemplo gráfico de esta notación puede apreciarse en la figura 1.11.



**Figura 1.11:** Secuencia de movimiento en la notación ‘Romanotation’. Fuente: [4]

En Korea del Norte la necesidad de documentar danzas tradicionales fue suplida en 1970 por el coreógrafo U Chang Sop, que en su libro ‘Chamo System of Dance Notation’ publicado en 1988, uso dibujos de líneas y símbolos abstractos específicamente construidos para ese tipo de danzas. Similarmente en India, alrededor de 1970, el bailarín Gopal Venu construyó un sistema de notación con el objetivo de proporcionar una forma de taquigrafía para las mudras usadas en la danza-teatro tradicional Kathakali; dicha notación fue publicada en el 2000 en el libro ‘The Language of Kathakali: Notations of 874 Hand Gestures (Dance Notation Series)’. Una imagen tomada de dicho libro de puede apreciar en la figura 1.12.



- 177. The arms - *Mushti and Hamsapaksha*
- 178. Folds of the abdomen - *Suchimukha*
- 179. Body - *Hamsapaksha and Kartarimukha*

**Figura 1.12:** Pictograma de las mudras usadas en la danza-teatro tradicional Kathakali.  
Fuente: [15]

En China, el primer sistema de notación fue registrado en el ‘Coordination Method Dance Notation’, creado por Wu Ji Mei y Gao Chun Lin en 1980, y traducido al inglés en 1987. La base teórica para este sistema fue un análisis lógico del movimiento, determinado por dibujos, letras, números y algunos símbolos abstractos, y ubicados debajo de un pentagrama para especificar el tiempo. Debido a la facilidad de escritura de este sistema de símbolos mediante un computador, este es usado para las formas de la danza, el movimiento en los deportes y educación física.

## 1.2. Danza y matemáticas

Como había sido mencionado en la sección anterior, después del auge de los sistemas de notación el interés de algunos investigadores se enfoco encontrar puntos de convergencia entre teorías de la danza y de los conceptos matemáticas. Estas inquietudes anteriormente habían tenido un desarrollo en el campo de la geometría junto con el ballet y la danza moderna, ya que los ángulos, las líneas, las rotaciones y las simetrías eran elementos apenas obvios en la puesta en escena de dichos estilos de danza. Esta convergencia también es usada por los coreógrafos y bailarines en el momento de la creación para construir diseños y desplazamientos en el espacio.

Ejemplo de esta inquietud y búsqueda es la compañía estadounidense ‘Dr. Schaffer and Mr. Stern Dance Ensemble’, creada por Erik Stern y Karl Schaefer en 1987, en donde el soporte teórico y las herramientas usadas para sus creaciones son conceptos matemáticos como: simetría, rotaciones y combinatorias, de tal manera que éstos sean explorados a través del cuerpo y el movimiento. Recientemente esta compañía ha enfocado su línea de investigación a la búsqueda de una metodología pedagógica para enseñar conceptos matemáticos como los anteriormente mencionados, en donde los estudiantes y los educadores son guiados a través del movimiento y ejercicios corporales hacia conceptos matemáticos que ya han atravesado su cuerpo. Dicho proceso de investigación esta consignado tanto en sus piezas coreográficas como en su reciente texto [13].

De la misma forma en que Erik Stern y Karl Schaefer han desarrollado su trabajo y línea de investigación, algunos coreógrafos y bailarines, de diferentes locaciones, han encontrado en conceptos matemáticos herramientas para la creación. Entre ellos cabe mencionar a la artista Simone Forti, quién es citada por el matemático Philip Ording en su texto ‘Round and Round ans Round’[9]; en este texto Ording se adentra en las inquietudes y procesos de creación de las piezas de Forti, los cuales tiene una íntima relación con el concepto matemático de número. Específicamente se aborda una pieza ‘Huddle’, en la que la pauta es atravesar un cardumen<sup>1</sup> escalándolo; haciendo que un mismo espacio vaya cambiando continuamente su composición interna sin necesidad de alterar su aspecto exterior.

Actualmente en España se están desarrollando varias construcciones en torno a esta pregunta, por ejemplo Cristina Sardón Muñoz propone una visión de varios conceptos matemáticos y físicos en la danza clásica, entre ellos: rotaciones, giros y simetrías como elementos presentes en los diseños de movimiento, el escenario como un espacio sin curvatura en el que ocurre la danza, las suspensiones y el equilibrio del danzante en base al principio de acción y reacción de la mecánica clásica, la concatenación de movimientos como curvas algebraicas y una similitud entre las posiciones básicas de los pies con el grupo de isometrías del grupo de Poincaré<sup>2</sup> en el cual la combinación de rotaciones y traslaciones en el espacio-tiempo dan como resultado el destello de un buen movimiento[11]. Aunque este desarrollo abre una puerta a la investigación es claro que está enmarcado dentro de la danza clásica, y por tanto se limita a sus particularidades.

Adicionalmente en la Universidad de Valencia, un grupo de investigación a cargo de Vicente Liern Carrión ha desarrollado un estudio sobre el tango, en donde establece que la coreografía y el movimiento se construye sobre ejes, geometrías, contra-pesos, y lo más importante el sentimiento, que se podría leer como la interpretación vista desde uno de sus ángulos. Dicha investigación parte desde la música, y su estrecha relación con la danza, más específicamente el tango, de hecho propone desde un ámbito filosófico que una pieza musical solo puede llevarse acabo mediante dos formas: el dibujo o pentagrama y el movimiento, y sobre la similitud de estas dos posibilidades es que construye la configuración matemática. Sin embargo esta teoría también dista de las preguntas aquí propuestas por la disciplina a la que se limita.

No obstante para la danza contemporánea no existe una construcción diferente a las notaciones propuestas por Laban y sus anteriores que de cuenta de las particularidad presentes en esta técnica, dejando un puerta ambiguamente abierta y cerrada para propuestas de investigación como esta, que seguramente tendrán un camino de desarrollo lo suficientemente largo como para que en varios años aún se sigan planteando y estructurando preguntas alrededor de esta rama de una búsqueda histórica.

<sup>1</sup>Concentración de cuerpos en el espacio

<sup>2</sup>El grupo de Lie formado por el conjunto de transformaciones de isometrías del espacio-tiempo de Minkowski

En particular, para esta investigación surgen preguntas e inquietudes puntuales, que demarcan una ruta específica, en dónde se funden las matemáticas y algunas nociones de la danza contemporánea, con el fin de llegar a posibles respuestas. Dichas inquietudes son: ¿Qué elementos técnicos de la danza contemporánea son relevantes para el estudio de la intención del movimiento? ¿Qué componente característico de la pieza puede relacionar dichos elementos técnicos entre sí y cómo lo podría hacer? ¿Cómo construir una codificación desde las matemáticas que atrape las caracterizaciones de dichos elementos técnicos y sus relaciones? ¿Qué ventajas tiene una codificación de las piezas de danza contemporánea a partir de la intención del movimiento y no de la forma propiamente dicha?

## **Capítulo 2**

# **Elementos teóricos necesarios para una construcción aproximada**

### **2.1. Algunas nociones de la danza contemporánea**

Al acercarse a la danza contemporánea es necesario hacer una distinción entre los intereses de esta y otras corrientes de la danza como el ballet, la danza folclórica, o la danza urbana, de tal manera que la codificación matemática de los conceptos involucrados en la creación, composición y puesta en escena de una pieza de danza estén en íntima correlación con las necesidades propias de la corriente de danza usada; esto precisa la construcción de una base de información teórica, tanto desde la danza como desde las matemáticas, que empiece a relacionar estas dos disciplinas.

La danza contemporánea aparece en la segunda mitad del siglo XX como un género alternativo y ecléctico, diferenciado del ballet clásico y la danza moderna por su constante búsqueda de significado e innovación; tanto en la forma de los movimientos, como en las historias que quiere contar, en su estilo de música y en la distribución en el espacio. El interés de este género deviene de la inquietud de la danza moderna de crear un lenguaje acorde a los cambios corporales, culturales, sociales y políticos que ocurren simultáneamente con la vida del danzante, es por eso que las formas clásicas del ballet se complementan con movimientos naturales y sencillos, improvisación y contacto con el entorno, de tal manera de facilitar la expresión de ideales, sentimientos, argumentos, etc.

Como precursores de la danza contemporánea y exponentes de la danza moderna podemos resaltar a grandes coreógrafos y bailarines como Isadora Duncan, Loie Fuller, Martha Graham, José Limón, Merce Cunningham, Lester Horton, Alvin Ailey y Kurt Jooss, que revolucionaron la concepción del movimiento y su funcionalidad dentro de la sociedad. Posterior a estos titanes de la danza aparecen grandes exponentes de la danza contemporánea, entre ellos la fantástica bailarina y coreógrafa Pina Bausch que experimenta con el movimiento de manera más radical que sus predecesores; y sus palabras expresan su interés por el movimiento así: “no me interesa cómo se mueve la gente, sino lo que les mueve”. Bausch y otros hicieron que la danza contemporánea no se caracterizara por tener una historia lineal dentro de su desarrollo, en cambio la dotaron de posibilidades dramatúrgicas como intentar expresar un concepto, un sentimiento, o simplemente investigar el movimiento; adicionalmente en la danza contemporánea el movimiento se origina desde el interior del danzante, por una necesidad de expresión, que no necesariamente se sesga a formas acartonadas o preestablecidas.

Por estas razones, al tratar de configurar matemáticamente una pieza de danza contemporánea se deben tener en cuenta aspectos que estén en mayor relación con la intención y la sustancia de la composición que con la forma, ya que hay casos en los que al forma no está determinada y la pieza se desarrolla mediante improvisación sobre sensaciones o relaciones pautadas previamente.

A razón de esto, aquí se escogen tres aspectos técnicos de la composición en danza contemporánea que no están amarrados directamente a la forma: los recursos coreográficos, los diseños de movimiento a partir de las dinámicas y los diseños en el espacio.

Esencialmente los recursos coreográficos son variaciones sobre una secuencia de movimientos, que están en relación con el tiempo de ejecución y la relación con otros danzantes; a continuación se hacen explícitos los recursos contemplados para esta construcción:

- Unísono: Un grupo de danzantes están en unísono si están ejecutando la misma secuencia de movimientos en el mismo intervalo de tiempo sin ninguna diferencia
- Canon: Dos o más danzantes están en canon temporal si están ejecutando los mismos movimientos en el espacio con una diferencia de tiempo
- Diálogos: Dos danzantes están en diálogo si se alternan la ejecución de una secuencia y un movimiento específico, dando la sensación de acciones y reacciones en la coreografía
- Individualidades: Un grupo de danzantes están usando el recurso de la individualidad cuando no están sincronizados en ningún movimiento o tiempo
- Inversión (global): Dos danzantes están usando la inversión(global) si ejecutan la misma secuencia coreográfica pero invirtiendo su orden
- Acumulación (global): Danzantes que ejecutan una secuencia coreográfica y cada cierto intervalo de tiempo se agrupan en un unísono con otro danzante
- Disminución: Danzantes que ejecutan una cierta secuencia coreográfica y cada cierto intervalo de tiempo dejan de estar un unísono con otra secuencia
- Leitmotiv: Escogencia de un movimiento o un gesto que aparezca recurrentemente en la secuencia coreográfica y en la pieza
- Repetición: Uso repetido de un movimiento cualquiera o una frase de movimiento dentro de una secuencia coreográfica
- Inversión (local): Un danzante usa la inversión(local) cuando ejecuta una secuencia coreográfica en un orden específico y posteriormente en el orden inverso
- Acumulación (local): Un danzante usa la acumulación(local) cuando repite una secuencia coreográfica que progresivamente aumenta su cantidad de movimientos
- Disminución (local): Un danzante usa la disminución(local) cuando repite una secuencia coreográfica que progresivamente disminuye su cantidad de movimientos.

Desde otro punto de vista, la composición en danza usualmente es asociada a la creación de secuencias de movimiento, denominadas *coreografías*, que literalmente se traduce como “escritura de la danza”<sup>1</sup>. Este acto, en la danza contemporánea, presentan un reto mayor para el danzante debido a que este debe cargar dicha secuencias de movimiento con sensaciones o sentimientos para soportar una intensión, una estética y un discurso específico en el que se enmarca la pieza.

Desde la técnica de la danza contemporánea, la forma en que cada danzante carga emocionalmente del movimiento puede ser percibida desde el uso de lo que Rudolf von Laban denominó *effort* o dinámicas de movimiento; esencialmente estas son acciones del cuerpo que facilitan el cambio de manifestaciones físicas de la emoción y se soportan en tres factores de movilidad siempre presentes en la ejecución del danzante:

- Peso: Este factor se percibe cualitativamente mediante la resistencia a la gravedad y la intensidad del cuerpo en relación al movimiento. Se relaciona con el deseo o la intención ([6, pág 196])
- Tiempo: Este factor se percibe mediante la duración y la continuación del movimiento. Se relaciona con la decisión ([6, pág 196])
- Espacio: Este factor puede ser percibido mediante la capacidad del danzante de orientarse y de relacionarse con respecto al entorno que lo rodea. Se relaciona con la atención([6, pág 196])

<sup>1</sup>Del griego “χορεία” (danza) y “γραφή” (escritura)

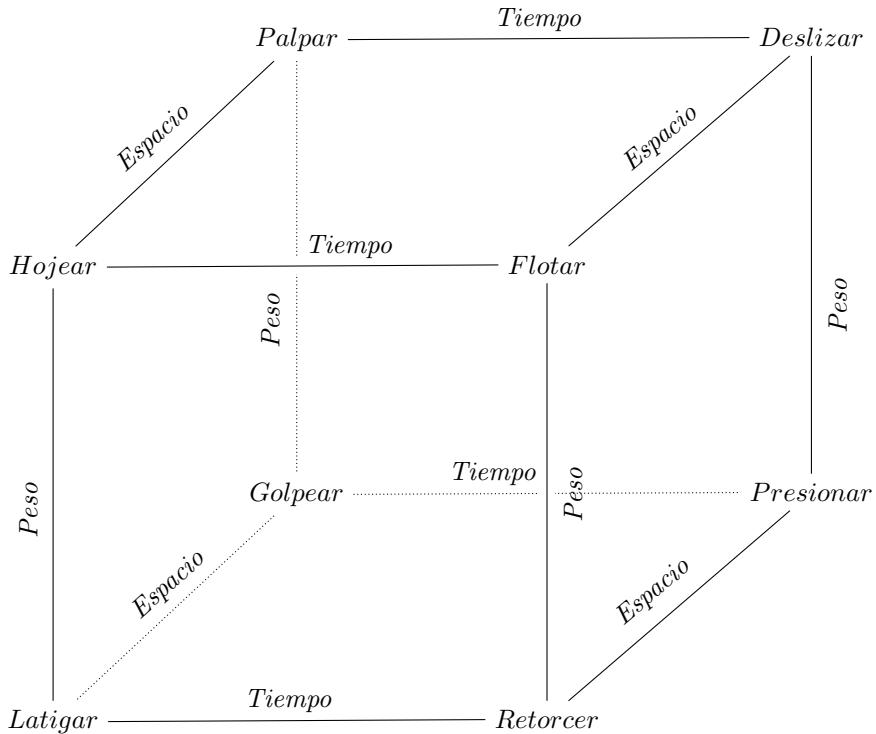
Adicionalmente Laban encontró que estos factores encontrados en el movimiento tienen dos polaridades: una que refleja una actitud o postura relajada y que presenta menos resistencia a su ambiente, la otra se refleja una actitud o postura tensa y que presenta más resistencia a su ambiente. Como estas polaridades generan connotaciones diferentes en la carga emocional del movimiento, se hace necesario especificar, en los factores de movilidad, la polaridad en la que se encuentra de la siguiente manera:

- Peso liviano
- Peso energético
- Tiempo prolongado
- Tiempo súbito
- Espacio indirecto
- Espacio directo

Si cada factor de movilidad se entiende como una aplicación de movimientos en movimientos que altera la intención y la calidad de este mediante el cambio de su factor de movilidad polarizado, se puede construir un grupo generado por las aplicaciones:  $\alpha$  en representación del peso,  $\beta$  del espacio y  $\gamma$  del tiempo con la operación composición.

Adicionalmente cabe destacar que estas polaridades de los factores no sólo están presentes en la danza, también en acciones del cotidiano como por ejemplo: caminar con pasos ligeros que parecen deslizarse sobre el suelo (peso liviano), caminar dando pasos fuertes sobre el suelo (peso energético), mover la cabeza con el recorrido de un hoja al caer (tiempo prolongado), mirar a ambos lados de la calle antes de cruzar (tiempo súbito), reconocer un objeto con los ojos cerrados mediante el tacto (espacio indirecto) y observar un punto fijo durante un tiempo prolongado (espacio directo). Pero particularmente estas posibilidades en la danza contemporánea se manifiestan en paralelo, combidiéndose de manera tal Laban pudo establecer ocho acciones básicas de movimiento:

- Hojear: La acción ocurre en un breve período, en el que se abandona al peso aflojando la tensión muscular y logrando una sensación de ligereza en un espacio desprovisto de una única dirección. Corresponde a la imagen mental del leve revoloteo de una pluma
- Latigar: Acción que ocurre en contra a la gravedad, en breves períodos de tiempo con un espacio que pareciera ser ubicuo, haciendo decrecer la fluidez y mantener el equilibrio. La sensación en este movimiento es análoga a la plasticidad de hendir un látigo en el aire
- Flotar: La acción es un abandono del cuerpo entero al tiempo, al peso y al espacio, sin ir en contra de ninguna fuerza. Se puede representar con la imagen mental del humo en el aire.
- Torcer: Acción que consiste en abandonarse al tiempo y al espacio e ir en contra de la gravedad, dando la sensación de fuerza y lenta resistencia muscular. Se puede caracterizar con la imagen mental de las llamas de una fogata
- Palpar: La acción es caracterizada por ir en contra del tiempo y el espacio, abandonándose al peso, logrando generar una sensación de reconocimiento afanado de un objeto o lugar. Imaginariamente lo podemos ubicar en el lugar de suaves destellos luces
- Golpear: Una acción opuesta a la flotar, debido a que esta va en contra del peso, el espacio y el tiempo, generando una sensación agresiva o de tensión apuesta en el cuerpo. Puede corresponder a la imagen mental del latido de un corazón
- Deslizar: Acción que va en contra del espacio y se abandona al peso y al tiempo, generando una sensación de quietud, serenidad y lentitud. Se puede hacer una representación mental mediante el suave transitar de un río
- Presionar: Acción caracterizada por una fuerte resistencia, un empuje unidireccional y un abandono al tiempo, dando una sensación de una tensión continua, firme y constante. Sensación de poder, de control, de dominio.



**Figura 2.1:** Representación gráfica de la acción del grupo de las dinámicas del movimiento sobre el conjunto de las acciones básicas

Acción	Peso	Tiempo	Espacio
Hojear	Liviano	Súbito	Indirecto
Latigar	Energético	Súbito	Indirecto
Flotar	Liviano	Prolongado	Indirecto
Torcer	Energético	Prolongado	Indirecto
Palpar	Liviano	Súbito	Directo
Golpear	Energético	Súbito	Directo
Deslizar	Liviano	Prolongado	Directo
Presionar	Energético	Prolongado	Directo

**Tabla 2.1:** Acciones básicas según Laban y sus factores de movimiento

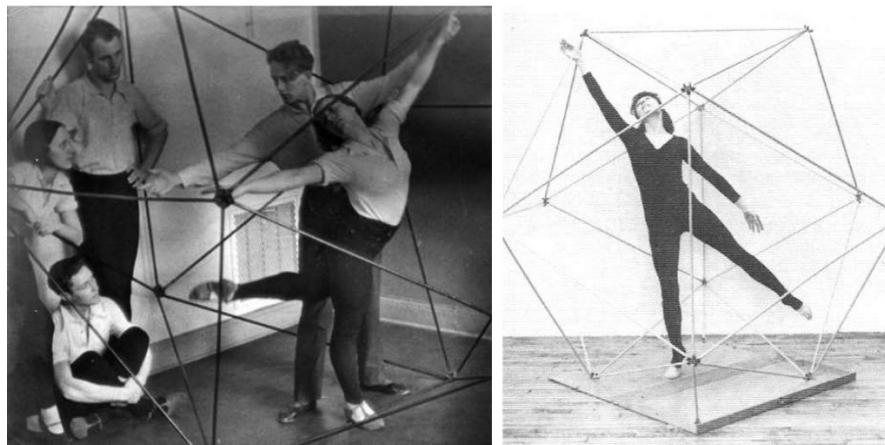
Si estas acciones fueran agrupadas en un conjunto  $I$  e identificadas como elementos, podríamos hacer actuar el grupo de las dinámicas del movimiento sobre este y obtener las rutas que se construyen entre las acciones básicas y sus respectivos factores de movilidad polarizados (ver tabla 2.1). La representación de dicha acción de grupo está dada mediante las relaciones de los vértices de un cubo, que representa los elementos del conjunto  $I$  y sus aristas junto con sus diagonales son las rutas de la acción del conjunto  $D$  (ver figura 2.1).

Sobre el uso de estas dinámicas en la pieza se desarrollan dos conceptos: el ritmo y el contraste. El ritmo responde a la variabilidad de la acción básica en la que se ejecutan los movimientos de la secuencia coreográfica, es decir, el cambio de dinámicas por los que transitan los danzantes a medida que transcurre el tiempo. El contraste en cambio está en relación con la variabilidad de las dinámicas entre danzantes en un mismo intervalo de tiempo, es decir, que diferencia hay entre los danzantes, en términos de dinámicas, al ejecutar cada movimiento de la secuencia coreográfica.

Desde otra perspectiva, además de sensaciones y sentimentalidades, el movimiento también es arquitectura viva; gracias al movimiento humano el danzante traza formas en el espacio, por lo es necesario ubicarlo en un espacio-tiempo para que ocurra y pueda ser percibida por el espectador. Esta ubicación espacio-temporal esta dada por los diseños en el espacio, en los que interviene

la localización en el espacio tridimensional en el que esta ocurriendo la pieza; a medida que va transcurriendo el tiempo, esta localización cambia, haciendo que cada danzante tenga un recorrido en el espacio; estos recorridos se denominan *desplazamientos*.

Adicionalmente, en cada instante de tiempo para cada danzante se crea un subespacio del espacio físico, denominado *kinesfera* por Laban; este es una deformación de la esfera tridimensional que, imaginariamente, rodea el cuerpo de tal manera que las extremidades estiradas, sin cambiar el punto de apoyo, alcanzan su borde. Dicha superficie se traslada con el danzante, nunca sale de ella, la lleva como caparazón, y su cuerpo queda delimitado, acotado. Según Laban, la deformación de la kinesfera está sujeta a las posibilidades del cuerpo en una posición y las dimensiones en las que se ejecuta el mismo movimiento.



**Figura 2.2:** Construcción de la kinesfera del danzante. Fuente: Laker, H. “La symbolisation du mouvement Laban”, 2015

## 2.2. Preliminares matemáticos

Como se había mencionado antes, si identificamos cada factor de movilidad con una aplicación con dominio y codominio un conjunto de movimientos arbitrario, cuyo efecto es alterar la intención y la cualidad de este mediante el cambio de su factor de movilidad polarizado, se genera un grupo con las aplicaciones:  $\alpha$  en representación del peso,  $\beta$  del espacio y  $\gamma$  del tiempo con la operación composición.

**Proposición 2.1.** *El conjunto generado por  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  es un grupo abeliano con la operación composición*

*Demostración.* Como estamos considerando el generado por un conjunto de aplicaciones, es evidente que el conjunto es cerrado mediante la operación composición. Considerando el elemento neutro como la aplicación identidad y que cada factor de movilidad sólo tiene dos polaridades, entonces el inverso de cada elemento es el mismo; además la operación composición es asociativa en general. La afirmación de ser abeliano se sigue de la propiedad comutativa de los factores de movimiento al ser aplicadas en la ejecución del movimiento.  $\square$

**Definición 2.1.**  $D = (\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle, \circ)$  es el grupo de las dinámicas de movimiento

Anteriormente también se señaló que si las acciones básicas se agrupan en un conjunto  $I$ , se puede definir una acción del grupo  $D$  sobre dicho conjunto, de tal manera que se obtienen las rutas que se construyen entre las acciones básicas y sus respectivos factores de movilidad polarizados, cuya representación se ve en la figura 2.1.

**Proposición 2.2.** *La operación  $(*) : D \times I \rightarrow I$ ,  $(*)(\eta, a) = \eta(a)$  es una acción de grupo*

*Demostración.* Sea  $a$  un acción básica del movimiento, note que  $(*)(id, a) = id(a) = a$ , ya que la identidad en  $D$  no altera la polaridad de ningún factor de movilidad.

Sea  $a$  una acción de movimiento y  $\eta, \xi \in D$ , note que  $(*)(\eta \circ \xi, a) = (\eta \circ \xi)(a) = \eta(\xi(a)) = \eta((*)(\xi, a))$   $\square$

A continuación se introducen algunos objetos matemáticos junto con sus propiedades, de manera tal que en el siguiente capítulo puedan ser usados como apoyo para capturar caracterizaciones matemáticas el ritmo y el contraste de una pieza, la interpretación matemática del desplazamiento, el comportamiento de la kinesfera del danzante con respecto al desplazamiento y la correlación entre los aspectos técnicos que están en consideración (recursos coreográficos, diseños de movimiento a partir de las dinámicas, diseños en el espacio) desenvueltos sobre el tiempo en que ocurre la pieza.

**Definición 2.2.** *Sea  $\nabla : D \rightarrow \mathbb{R}$  un funcional del grupo generado por los factores de movilidad definido mediante:*

- $\nabla(id) = 0$
- $\nabla(\alpha) = 1$
- $\nabla(\beta) = 2$
- $\nabla(\gamma) = 3$
- $\nabla(\alpha \circ \beta) = 4$
- $\nabla(\alpha \circ \gamma) = 5$
- $\nabla(\beta \circ \gamma) = 6$
- $\nabla(\alpha \circ \beta \circ \gamma) = 7$

### 2.2.1. Continuación analítica a lo largo de una curva

**Definición 2.3.** *Sea  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^n$  un camino y  $f$  una función analítica en un abierto  $U$  con centro en  $\gamma(0)$ . Una continuación analítica del par  $(f, U)$  a lo largo de  $\gamma$  es una colección de parejas  $\{(f_t, U_t)\}$  para  $t \in [0, 1]$  tal que:*

- $f_0 = f$  y  $U_0 = U$
- Para cada  $t \in [0, 1]$ ,  $U_t$  es un abierto centrado en  $\gamma(t)$  y  $f_t : U_t \rightarrow \mathbb{R}^n$  es una función analítica
- Para cada  $t \in [0, 1]$  existe un  $\epsilon > 0$  tal que para todo  $t' \in [0, 1]$  con  $|t - t'| < \epsilon$  se tiene que  $\gamma(t') \in U_t$ , es decir  $U_t$  y  $U_{t'}$  tienen intersección no vacía, además las funciones  $f_t$  y  $f_{t'}$  coinciden en la intersección  $U_t \cap U_{t'}$

**Proposición 2.3.** *La continuación analítica de una función a lo largo de una curva es única*

*Demostración.* Supongamos que existe otra continuación analítica de  $(f, U)$ ,  $\{(g_t, V_t)\}$  con  $t \in [0, 1]$ ; sea  $T = \{t \in [0, 1] : f_t = g_t\}$ , que es diferente de vacío porque  $0 \in T$ ; veamos que  $T$  es abierto y cerrado en  $[0, 1]$ , lo cual implica que  $T = [0, 1]$ . Para ver que  $T$  es abierto, tomemos  $t \in T$ , y como  $U_t$  y  $V_t$  son abiertos centrados en  $\gamma(t)$ , existe un  $\delta > 0$  tal que  $(t - \delta, t + \delta) \subseteq T$ .

Para ver que  $T$  es cerrado sea  $t \in [0, 1]$  un punto límite; tome  $\delta > 0$  tal que si  $s - t < \delta$  entonces  $\gamma(s) \in U_t \cap V_t$ ,  $f_s(\gamma(s)) = f_t(\gamma(t))$  y  $g_s(\gamma(s)) = g_t(\gamma(t))$ ,  $s$  existe porque  $t$  es punto límite. Considera  $G \subseteq U_t \cap V_t$  abierto tal que  $\gamma((t - \delta, t + \delta)) \in G$ , luego  $s \in G$ , por lo tanto  $f_t = f_s$  y  $g_t = g_s$  en  $G$ ; pero note que  $s \in T \cap G$  luego  $f_s = g_s$  por definición de  $T$ , por lo cual  $f_t = f_s = g_t = g_s$  en  $G$ ; como  $G$  tiene un punto límite en la intersección entonces la igualdad anterior se cumple en  $U_t \cap V_t$ , particularmente en  $\gamma(t)$ .  $\square$

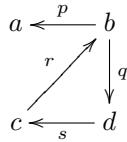
Una forma natural de encontrar la continuación analítica de una función a lo largo de una curva, es usar la escritura de la función en serie de potencias, y usando el radio de convergencia de la serie extender la función a los puntos del plano que sean necesarios. Y como  $f$  es analítica en un abierto del punto inicial de la curva, la serie de potencias no tiene puntos singulares dentro de su radio de convergencia.

### 2.2.2. Digrafos

Esta sección está basada en la construcción matemática del gesto hecha por Guerino Mazzola en [8].

**Definición 2.4.** *Un digrafo es una función  $\Gamma : A \rightarrow V \times V = V^2$ , donde  $V$  es un conjunto no vacío cuyos elementos son denominados vértices y  $A$  un conjunto cuyos elementos son denominados flechas;  $t = pr_1 \circ \Gamma$  es denominada la función cola del digrafo y  $h = pr_2 \circ \Gamma$  es denominada la función cabeza del digrafo.*

**Ejemplo 2.1.** *Sea  $V = \{a, b, c, d\}$  y  $A = \{p, q, r, s\}$ , el digrafo  $\Gamma$  está representado así*



Naturalmente, es de interés matemático encontrar funciones que relacionen digrafos entre sí, razón por la cual aparece la siguiente definición:

**Definición 2.5.** *Sea  $\Gamma : A \rightarrow V^2$  y  $\Psi : B \rightarrow W^2$  dos digrafos, un morfismo  $f : \Gamma \rightarrow \Psi$  es un par  $f = (u, v)$ ,  $u : A \rightarrow B$  y  $v : V \rightarrow W$  funciones biyectivas tal que el siguiente diagrama conmuta*

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{\Gamma} & V^2 \\ \downarrow u & & \downarrow (v, v) \\ B & \xrightarrow{\Psi} & W^2 \end{array}$$

Note que el morfismo identidad de digrafos está dado en base a las funciones identidad de sus componentes, es decir, para un digrafo  $\Gamma : A \rightarrow V \times V$ , el morfismo identidad está dado mediante  $id_\Gamma = (id_A, id_V)$ . Adicionalmente usando la composición de las funciones, se puede mostrar la composición de morfismos resulta ser un morfismo nuevamente:

**Proposición 2.4.** *Sean  $f = (u, v) : \Gamma \rightarrow \Psi$  y  $g = (u', v') : \Psi \rightarrow \Phi$  dos morfismos de digrafos, entonces  $g \circ f = (u' \circ u, v' \circ v) : \Gamma \rightarrow \Phi$  es un morfismo de digrafo*

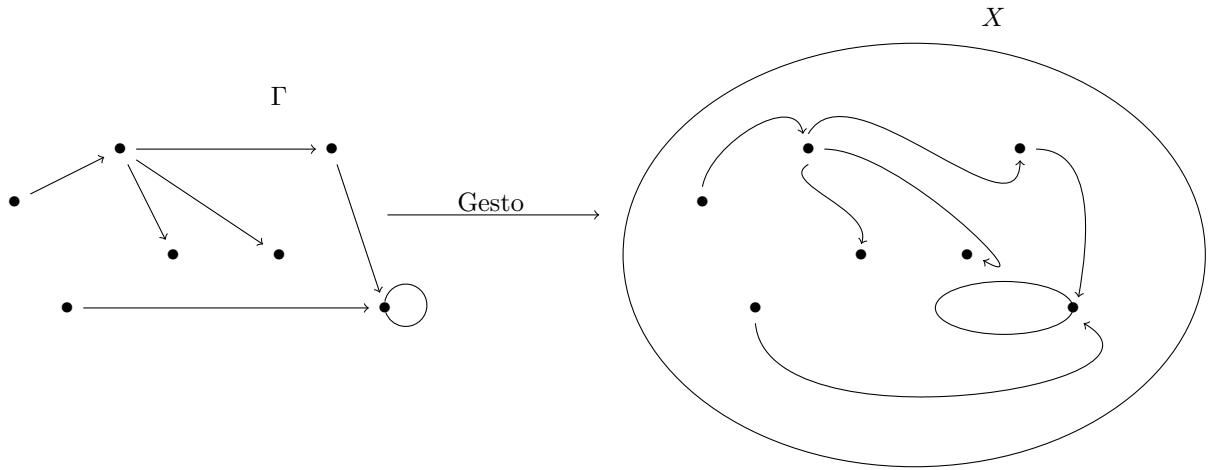
*Demostración.* Por hipótesis se tiene que  $v^2 \circ \Gamma = \Psi \circ u$  y  $v'^2 \circ \Psi = \Phi \circ u'$ ; como  $u, u', v, v'$  son biyectivas entonces se puede concluir que:  $\Phi \circ u' \circ u = v'^2 \circ \Psi \circ u' = v'^2 \circ v^2 \circ \Gamma \circ u^{-1} \circ u = v'^2 \circ v^2 \circ \Gamma$   $\square$

**Definición 2.6.** *Sea un espacio topológico  $X$ , el digrafo espacial  $\vec{X}$  es un digrafo cuyo conjunto de vértices son los puntos de  $X$ , y el conjunto de flechas son funciones continuas  $f : I = [0, 1] \subseteq$*

$\mathbb{R} \rightarrow X$ . Se define entonces  $h(f) = f(1)$  y  $t(f) = f(0)$ .

Sea otro espacio topológico  $Y$  y una función continua  $m : X \rightarrow Y$ , se define el morfismo de digrafos asociado a  $m$  como una función  $\vec{m} : \vec{X} \rightarrow \vec{Y}$  que lleva vértices en vértices y transforma flechas  $f : I \rightarrow X$  de  $X$ , en flechas de  $Y$  mediante la composición  $m \circ f$ .

**Definición 2.7.** Sea un digrafo  $\Gamma$  y espacio topológico  $X$ , un **gesto** es un morfismo de grafos  $g : \Gamma \rightarrow \vec{X}$ .  $\Gamma$  es llamado el **esqueleto** del gesto y  $X$  su **cuerpo**.



**Figura 2.3:** La proyección del esqueleto  $\Gamma$  en un espacio topológico  $X$

Una representación gráfica sencilla de lo que es un gesto se puede visualizar claramente en la figura A.1; pero para facilitar la comprensión de construcciones posteriores se construye el siguiente ejemplo:

**Ejemplo 2.2.** Tomemos como espacio topológico a  $\mathbb{R}^4$  con la topología usual, y tomemos un digrafo  $\Gamma : A \rightarrow V^3$  con  $V$  un subconjunto arbitrario de puntos de  $\mathbb{R}^3$  y  $A$  un conjunto de flechas que unen dichos puntos. Entonces el digrafo  $\vec{\mathbb{R}}^4$  es el conjunto de todos los caminos continuos que unen los puntos de  $\mathbb{R}^4$ . Entonces el gesto  $g : \Gamma \rightarrow \vec{\mathbb{R}}^4$  es un conjunto de curvas en  $\mathbb{R}^4$  que respetan la configuración de los puntos del conjunto  $V$ , inmerso en  $\mathbb{R}^4$  de una forma específica, con relación a  $\Gamma$ .

A continuación, es de interés construir un espacio en que los gestos estén compuestos a su vez de gestos. Para esto se introducen las siguientes definiciones:

**Definición 2.8.** Sea un digrafo  $\Gamma$  y un espacio topológico  $X$ , se define  $\Gamma @ X$  como el conjunto de gestos  $g : \Gamma \rightarrow \vec{X}$  con esqueleto en  $\Gamma$  y cuerpo en  $X$ .

**Definición 2.9.** La topología compacto-abierta para un conjunto de funciones continuas en  $\vec{X}$  consiste en todos los conjuntos de la forma  $\{f \in \vec{X} : f(C)O\}$  para  $C$  un subconjunto compacto de  $[0, 1]$  y  $O$  un subconjunto abierto de  $X$

Note que si  $\Gamma$  es un digrafo con dos vértices y sólo una flecha, el conjunto  $\Gamma @ X$  son simplemente caminos continuos en el espacio topológico  $X$  que unen dos puntos en el espacio; es decir; se puede construir un morfismo de digrafos entre  $\Gamma @ X$  y  $\vec{X}$ , y para  $\vec{X}$  se tiene la topología compacto-abierta de la definición 2.9.

El argumento anterior se puede extender fácilmente a digrafos con un número arbitrario de vértices y flechas, considerando la restricción de gesto a cada flecha del digrafo, y luego usando de nuevo la topología de la definición 2.9.

**Definición 2.10.** Sean digrafos  $\Gamma, \bar{\Gamma}$  y un espacio topológico  $X$ , se define un **hipergesto** como un gesto  $G : \bar{\Gamma} \rightarrow \Gamma @ X$  con esqueleto en  $\bar{\Gamma}$  y cuerpo en  $\Gamma @ X$ .

**Ejemplo 2.3.** Sean las condiciones del ejemplo 2.2, entonces  $\Gamma @ \mathbb{R}^4$  es el conjunto de gestos con esqueleto  $\Gamma$  y cuerpo en  $\mathbb{R}^4$ . Ahora considere otro digrafo  $\bar{\Gamma}$ , entonces un hipergesto  $G : \bar{\Gamma} \rightarrow \Gamma @ \mathbb{R}^4$  es un morfismo de digrafos entre las flechas de  $\bar{\Gamma}$  y conjuntos de caminos continuos en  $\mathbb{R}^4$ .

### 2.2.3. Haces fibrados

**Definición 2.11.** Sea  $X$  un espacio topológico. Un haz fibrado sobre  $X$  es un par  $(E, p)$  de un espacio topológico  $E$  y una función continua  $p : E \rightarrow X$  tal que  $p$  es un homeomorfismo local, es decir: para todo punto  $x \in X$  existen conjuntos abiertos  $U \subseteq E$  y  $V \subseteq X$ , tal que  $x \in U$ ,  $p(x) \in V$  y  $p|_U : U \rightarrow V$  es un homeomorfismo.

**Definición 2.12.** Un morfismo  $f : (E, p) \rightarrow (E', p')$  de haces fibrados  $(E, p)$  y  $(E', p')$  sobre  $X$ , es una aplicación continua  $f : E \rightarrow E'$  tal que  $p = p' \circ f$

**Ejemplo 2.4.** Un ejemplo trivial de un haz fibrado es tomar sobre un espacio topológico  $X$  el espacio  $X \times F$  para cualquier espacio  $F$ ,  $p : X \times F \rightarrow X$  como la función proyección.

**Ejemplo 2.5.** Tome como espacio topológico  $X$  un conjunto de puntos que representen el lugar donde el danzante pone sus pies al danzar, y como espacio topológico  $E$  un subconjunto acotado y cerrado de  $\mathbb{R}^3$  en donde se mueve el danzante. La función  $p$  va a enviar el conjunto de puntos que están dentro de la superficie del cuerpo del danzante al punto del piso donde de encuentran sus pies.

**Ejemplo 2.6.** Tome como espacio topológico  $X$  el conjunto de movimientos en una pieza de danza contemporánea, y como  $E$  los danzantes involucrados en la ejecución los mismos. La función  $p$  a cada danzante al  $k$ -ésimo movimiento que ejecuta en la pieza.

**Ejemplo 2.7.** Tome como espacio topológico  $X$  el conjunto de movimientos en una pieza de danza contemporánea, y como  $E$  los danzantes involucrados en la ejecución los mismos. La función  $p$  a cada danzante al  $k$ -ésimo movimiento que ejecuta en la pieza. Ahora tome  $E'$  como el conjunto de dinámicas que los danzantes aplican en la ejecución del  $k$ -ésimo movimiento; y  $p'$  como la asignación del movimiento a la dinámica particular. Note entonces que un morfismo entre  $(E, p)$  y  $(E', p')$  es la función que asigna a cada danzante la dinámica en que ejecuta el  $k$ -ésimo movimiento.



## Capítulo 3

# Tres espacios topológicos para la danza contemporánea

Una pieza de danza contemporánea se construye sobre un intervalo de tiempo acotado denominado duración, dicha construcción viene dada por elementos técnicos (recursos coreográficos, diseños de movimientos a partir de las dinámicas y diseños en el espacio) que se representan como tres espacios que se despliegan sobre el intervalo de tiempo simultáneamente, por lo que se hace necesario describir primero la configuración del tiempo como espacio topológico, teniendo en cuenta eventualidades particulares con respecto al tiempo en la danza contemporánea.

Analizando las particularidades del tiempo en la ejecución del movimiento, Serge Lifar sostiene[10] que existe un ritmo compuesto por un momento fuerte y un momento débil, generando una segmentación que no alcanza a ser percibida por un individuo cuando está en el lugar del espectador. En efecto, uno de los ejercicios del danzante, en palabras del director de la compañía colombiana de danza Cortocinesis “es agregar un volumen a las trayectorias, no solo del cuerpo en el espacio sino del cuerpo en sí, de tal manera que los nodos demarcados por la pieza sean visitados y no atravesados”<sup>1</sup>. Este volumen en las trayectorias hace que el espectador no perciba los puntos de llegada del movimiento de manera tan marcada como los puntos de inicio, y que la secuencia coreográfica pretenda unir los nodos demarcados en el tiempo de una manera suave; dándole así lo que denomino una *cualidad interpoladora al movimiento*.

Esta consecuencia del volumen influye directamente en la caracterización de los conjuntos abiertos en el tiempo para la danza, haciendo que  $(T, U)$  el espacio topológico del tiempo esté dado por:  $T = [0, d - 1] \subseteq \mathbb{R}$  con  $d$  la duración en segundos de la pieza, y  $U$  la topología inducida en  $T$  por la topología en  $\mathbb{R}$  generada por intervalos de la forma  $[a, b]$  con  $a < b$ .

### 3.1. Los recursos coreográficos

El primer espacio corresponde a los recursos coreográficos, configurado por el producto cartesiano y de la topología producto de  $(T, U)$  con los siguientes espacios topológicos:

- $(D, U_D)$ :  $D = \{1, 2, \dots, b\} \subseteq \mathbb{N}$  con  $b$  el número de danzantes involucrados en la pieza, fijando a los danzantes en un orden cualquiera, y  $U_D$  es una topología sobre  $D$  escogida de manera tal que sus abiertos proporcionen información con las interacciones entre danzantes durante la pieza
- $(C, U_C)$ :  $C = [0, c] \cap \mathbb{N}$ , con  $c$  el número de movimientos que aparecen en la pieza, ordenadas mediante la cronología de la coreografía, y  $U_C$  es una topología sobre  $C$

Para abordar esta construcción de modo más general y posterior establecer algunos casos particulares, las topologías  $U_D$  y  $U_C$  serán las discretas; de modo que se puede establecer la siguiente definición:

---

<sup>1</sup>Rodríguez, Vladimir; 2018

**Definición 3.1.** El espacio topológico de los recursos coreográficos es  $R = (T \times D \times C, \text{top. producto } U, U_D, U_C)$

Note que debido a la cualidad interpoladora del movimiento y la naturaleza de la coreografía para cada danzante existe una colección de subconjuntos abiertos de  $T$ , que forman una partición lo suficientemente fina como para que en cada subconjunto sólo se este ejecutando un único movimiento una vez. Cada una de estas particiones se va a denotar como  $\bar{P}_i$  con  $i \in D$ , y con estas se define una familia de funciones  $\{r_i\}_{i \in D}$ ,  $r_i : (T, U) \rightarrow (D, U_D) \times (C, U_C)$  tal que  $r_i(P) = (i, m)$  con  $P \in \bar{P}_i$ . Estas funciones representan la asignación del tiempo a movimientos ejecutados por un danzante, y en la proposición 3.1 se muestra que cada  $r_i$  resulta ser continua.

**Proposición 3.1.** Las funciones  $\{r_i\}$  son continuas, más aún son funciones abiertas

*Demuestra.* Sea  $U \subseteq D \times C$  abierto, entonces  $r_i^{-1}(U) = \emptyset$  o  $r_i^{-1}(U) = W$  donde  $W$  es la unión de subconjuntos abiertos de  $T$  por la forma en que están definidas las  $r_i$ ; de manera que en cualquier caso  $r_i^{-1}(U)$  es un subconjunto abierto de  $T$ . Ahora sea  $V \subseteq T$  abierto, por la topología definida en  $D$  y en  $C$ ,  $r_i(V)$  resulta ser abierto en  $D \times C$ .

□

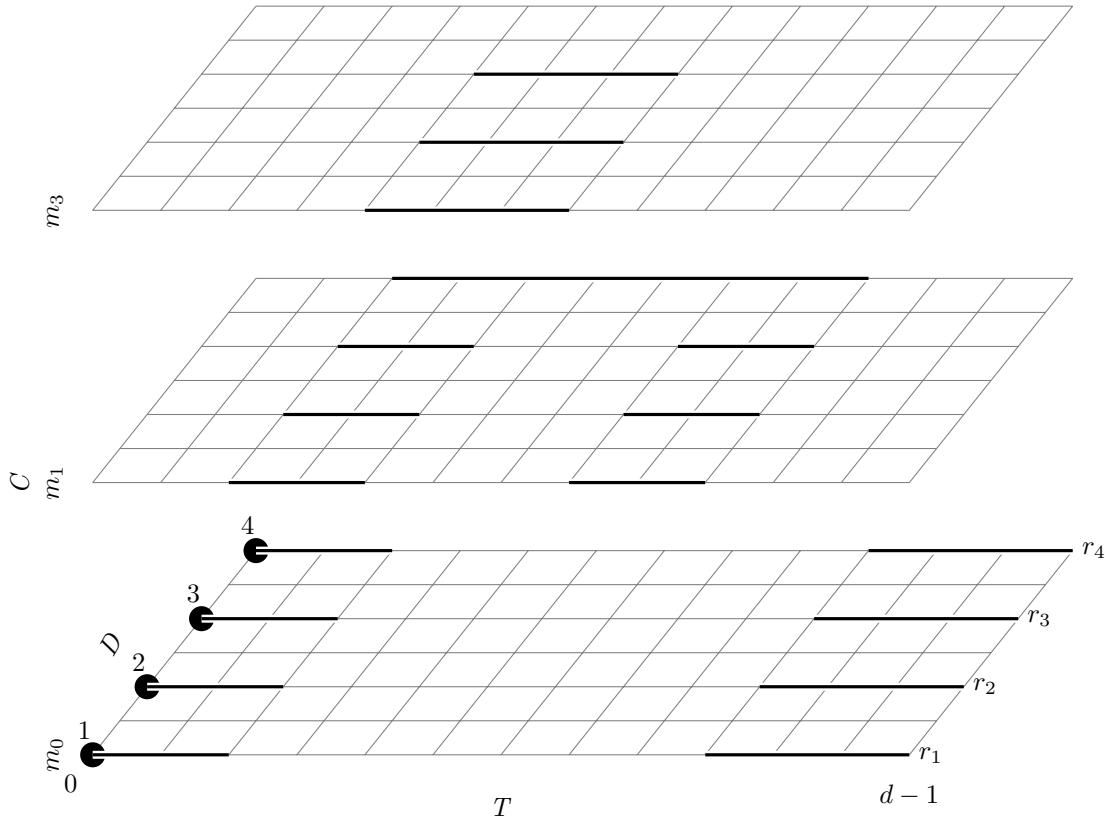


Figura 3.1: Gráfica de las secuencias de movimiento

En la figura 3.1 se puede apreciar la representación de un fragmento de secuencia compuesto de tres movimientos interpretados por cuatro danzantes en un intervalo de tiempo determinado; en este sencillo ejemplo podemos observar un comportamiento en las gráficas, global (en relación a las demás gráficas) y localmente (en relación a la misma gráfica), que representa los recursos coreográficos empleados al momento de la composición. Para hacer esta representación más clara se hace necesario ver cada gráfica como una 1-variedad inmensa en  $R$ , de tal manera que la conceptualización matemática esté dada por propiedades y homeomorfismos entre estas.

- Unísono: El homeomorfismo está dado por  $f_u : \text{graf}(r_i) \rightarrow \text{graf}(r_j)$  con  $f_u(t, i, m) = (t, j, m)$

- Canon: El homeomorfismo esta dado por un  $\epsilon > 0$  y  $f_c : \text{graf}(r_i) \rightarrow \text{graf}(r_j)$  con  $f_c(t, i, m) = (t + \epsilon, j, m)$
- Diálogos: El homeomorfismo esta dado por  $f_d : \text{graf}(r_i) \rightarrow \text{graf}(r_j)$  con  $f_d(t, i, m) = (t, j, m_0)$  y  $f_d(t, i, m_0) = (t, j, m)$  donde  $m_0 \in C$  representa el movimiento específico
- Individualidades: En este recurso coreográfico no se puede construir un homeomorfismo entre las gráficas de las funciones
- Inversión (global): El homeomorfismo esta dado por  $f_I : \text{graf}(r_i) \rightarrow \text{graf}(r_j)$  con  $f_I(t, i, m) = (d + t - \sum_{p=0}^q \delta_p, j, m)$ , en dónde  $q$  es el número de intervalos abiertos resaltados antes del intervalo en el que se encuentra  $t$  incluyendo este último, y los  $\delta_p$  son la longitud de dichos intervalos
- Acumulación (global): Las gráficas se vuelven homeomorfas progresivamente en el tiempo con el homeomorfismo  $f_u$
- Disminución: Las gráficas dejan de ser homeomorfas progresivamente en el tiempo con el homeomorfismo  $f_u$
- Leitmotiv: Asignación recurrente de todas las funciones un elemento particular de  $C$
- Repetición: El homeomorfismo esta dado por  $f_r : \text{graf}(r_i) \rightarrow \text{graf}(r_i)$  con  $f_r(t, i, m) = (t + a, i, m)$ ,  $a > 0$  un número real arbitrario fijo
- Inversión (local): El homeomorfismo está dado por  $f_i : \text{graf}(r_j) \rightarrow \text{graf}(r_j)$  con  $f_i(t, i, m) = (d + t - \sum_{p=0}^q \delta_p, i, m)$ , en dónde  $q$  y los  $\delta_p$  son definidos de la misma manera que en la inversión (global)
- Acumulación (local): La gráfica está compuesta por la unión de sumas parciales de una secuencia de movimientos, entendiendo las sumas parciales en  $C$  como la unión progresiva de los movimientos de la secuencia.
- Disminución (local): La gráfica está compuesta por uniones de una cadena de subconjuntos encajados cuya intersección en un sólo movimiento

Cabe resaltar que el uso de estos recursos coreográficos no necesariamente es para la totalidad de la pieza; pueden aparecer en un fragmento de esta según el criterio del director/coreógrafo. Por lo tanto las características y los homeomorfismos anteriormente mencionados también se pueden definir sobre subintervalos de la duración de la pieza, ajustando la restricción de cada homeomorfismo. Además también pueden aparecer varios recursos coreográficos en un mismo intervalo de tiempo; por esto los homeomorfismos pueden sobreponerse en el intervalo  $T$ . Adicionalmente podemos ver la unión de las gráficas de estas funciones como un haz fibrado que se desenvuelve sobre el espacio topológico que representa al tiempo.

**Proposición 3.2.**  $(\bigcup\{\text{graf}(r_i)\}, \bigcup\{r_i^{-1}\})$  es un haz fibrado sobre  $T$

*Demostración.* Sea  $p \in \bigcup\{\text{graf}(r_i)\}$ , sin pérdida de generalidad podemos suponer que  $p \in \text{graf}(r_1)$ , note que  $p = (t, 1, m)$  en donde  $t \in P_k$  para algún  $P_k \subseteq \bar{P}_1$ , entonces tome  $U = r_1(P_k)$  y  $V = P_k$ ; la afirmación  $r_1^{-1}|_U$  es un homeomorfismo local se sigue de la continuidad por proposición 3.1, la sobreyectividad por el hecho de  $r_1^{-1}(U) = P_k$ , y inyectividad por la definición de la partición  $\bar{P}_1$   $\square$

**Definición 3.2.** El haz fibrado de la proposición 3.2 es el haz de los recursos coreográficos, y es denotado mediante  $(S_1, p_1)$

El haz fibrado  $(S_1, p_1)$  permite condensar en el tiempo, la información que es proporcionada por las variaciones de tiempo en los movimientos de una coreografía; dejando al espacio topológico del tiempo dotado de elementos suficientes (las particiones  $P_i$  y las funciones  $r_i$  para  $i \in D$ ), para albergar mediante homeomorfismos al mismo espacio  $R$ , que es construido específicamente para cada pieza de danza contemporánea.

### 3.2. Diseños de movimiento a partir de las dinámicas

Para ser más preciso en la descripción coreográfica de una pieza de danza contemporánea, además de las relaciones que aparecen entre los danzantes en la ejecución del movimiento, es necesario tener en cuenta la intención que cada danzante le imprime al movimiento. Para capturar esta intención nos adentramos en un nuevo espacio topológico, que tendrá como componentes el tiempo, el número de danzantes y las dinámicas del movimiento descritas en el capítulo anterior (ver tabla 2.1 e imagen 2.1).

Para definir este nuevo espacio, es necesario recordar el conjunto  $I$ , que fue mencionado anteriormente para establecer la proposición 2.2, debido a que este codifican las posibles dinámicas en las que se puede ejecutar un movimiento; explícitamente definimos  $I = \{l_1, l_2, \dots, l_8\}$  junto con  $U_I$  la topología discreta. El orden en este conjunto va a estar dado por la organización en la tabla 2.1.

**Definición 3.3.** *El espacio topológico de los diseños de movimiento a partir de las dinámicas es  $E = (T \times D \times I, \text{top. producto } U, U_D, U_I)$*

Análogo a las funciones  $r_i$  vamos a definir la familia de funciones  $\{e_i\}_{i \in D}$ ,  $e_i : (T, U) \rightarrow (D, U_D) \times (I, U_I)$  tal que  $e_i(P) = (i, l)$  con  $P \in \bar{P}_i$ . Estas funciones representan la asignación del tiempo a las dinámicas de movimiento que ejecuta el danzante, y en la proposición 3.3 se muestra que cada una de estas funciones es continua.

**Proposición 3.3.** *Las funciones  $\{e_i\}$  son continuas, más aún son funciones abiertas*

*Demostración.* Sea  $U \subseteq D \times I$  abierto, entonces  $e_i^{-1}(U) = \emptyset$  o  $e_i^{-1}(U) = W$  donde  $W$  es la unión de subconjuntos abiertos de  $T$  por la forma en que están definidas las  $e_i$ ; de manera que en cualquier caso  $e_i^{-1}(U)$  es un subconjunto abierto de  $T$ . Ahora sea  $V \subseteq T$  abierto, por la topología definida en  $D$  y en  $I$ ,  $e_i(V)$  resulta ser abierto en  $D \times I$ .  $\square$

Esta continuidad de las  $\{e_i\}$  refleja una cualidad interpoladora de las dinámicas en las que se ejecuta el movimiento, similar a la continuidad de las  $\{r_i\}$  con la cualidad interpoladora del movimiento.

La gráfica de estas funciones va a tener una presentación muy similar a las  $r_i$ ; en la figura 3.2 se puede apreciar la representación de un fragmento de secuencia interpretado por tres danzantes en un intervalo de tiempo determinado. En este sencillo ejemplo podemos observar un comportamiento de las gráficas en  $E$  con respecto a las variaciones en el tiempo, de las dinámicas en las que se ejecutan los movimientos; más específicamente, el tránsito de los danzantes por las intenciones que contextualizan y demarcán momentos en la pieza; lo que anteriormente se definió como ritmo y contraste.

Metafóricamente se relaciona el ritmo de un danzante con la curvatura de la gráfica de su  $e_i$ , y los contrastes con la curvatura de la superficie conformada por la unión de las gráficas; pero por la caracterización de  $E$  como espacio no es posible definir la curvatura del triángulo de Frenet<sup>2</sup> o la curvatura de una superficie mediante su primera y segunda forma fundamental<sup>3</sup>; la formulación de las curvaturas en este espacio va a estar construida sobre la acción de grupo de la proposición 2.2 y el funcional de la definición 2.2, mediante la siguiente aplicación:

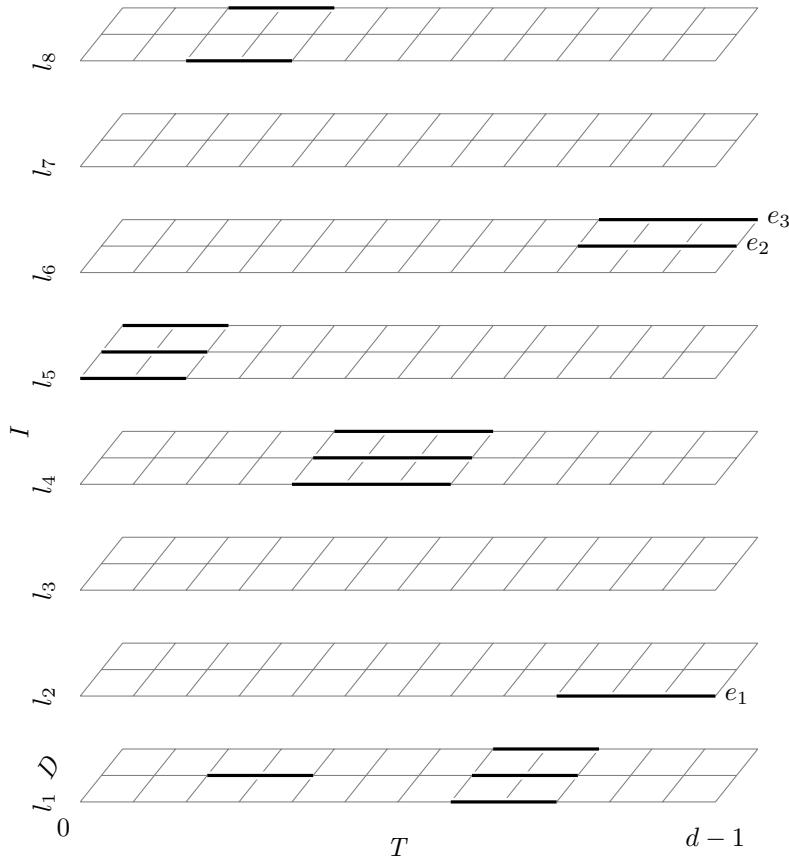
**Definición 3.4.** *La aplicación  $\Delta : \text{graf}(e_i) \times \text{graf}(e_j) \rightarrow G$  se define mediante  $\Delta((P, i, l_\bullet), (Q, j, l_\bullet)) = g \in G$  con  $P \in \bar{P}_i$  y  $Q \in \bar{P}_j$  de manera que  $(*)(g, l_\bullet) = l_\bullet$*

**Definición 3.5.** *El ritmo de las dinámicas usadas por un danzante está dado mediante la aplicación  $\nabla \circ \Delta : \text{graf}(e_i) \times \text{graf}(e_j) \rightarrow \mathbb{R}$  con  $i = j$*

Recuerde que el ritmo de un danzante se hace en relación al instante de tiempo en los que hay un cambio de dinámica, por tanto es necesario que en la definición 3.5, los intervalos de tiempo de la partición  $\bar{P}_i$ , en los que los puntos que son seleccionados como entradas, sean consecutivos; si no es así, la aplicación no estaría dando información del ritmo, sino de alguna otra variación

<sup>2</sup>Shifrin, T., (2016). Differential Geometry: A first course in curves and surfaces, pág 11.

<sup>3</sup>Shifrin, T., (2016). Differential Geometry: A first course in curves and surfaces, pág 46.



**Figura 3.2:** Gráfica de las dinámicas de movimiento

del tránsito del danzante por las dinámicas de movimiento.

**Definición 3.6.** El contraste de las dinámicas usadas por dos danzante en un mismo instante de tiempo está dado mediante la aplicación  $\nabla \circ \Delta : \text{graf}(e_i) \times \text{graf}(e_j) \rightarrow \mathbb{R}$  con  $i \neq j$

En la definición 3.6, la frase “en un mismo instante de tiempo” obliga a las componentes del tiempo de los puntos sobre los que se va a evaluar la función, a estar contenidas en un mismo intervalo de tiempo, debido a la definición de contraste dada en el capítulo anterior.

Adicionalmente, de la misma manera que vimos las gráficas de las  $\{r_i\}$  y las inversas de estas funciones como un haz sobre el tiempo, podemos ver la unión de las gráficas de las  $\{e_i\}$  y sus inversas

**Proposición 3.4.**  $(\bigcup\{\text{graf}(e_i)\}, \bigcup\{e_i^{-1}\})$  es un haz fibrado sobre  $T$

*Demostración.* Sea  $p \in \bigcup\{\text{graf}(e_i)\}$ , sin pérdida de generalidad podemos suponer que  $p \in \text{graf}(e_1)$ , note que  $p = (t, 1, l_j)$  en donde  $t \in P_k$  para algún  $P_k \subseteq \bar{P}_1$ , entonces tome  $U = e_1(P_k)$  y  $V = P_k$ ; la afirmación  $e_1^{-1}|_U$  es un homeomorfismo local se sigue de la continuidad por proposición 3.3, la sobreyectividad por el hecho de  $e_1^{-1}(U) = P_k$ , y inyectividad por la definición de la partición  $\bar{P}_1$   $\square$

**Definición 3.7.** El haz fibrado de la proposición 3.4 es el haz de las dinámicas de movimiento, y es denotado mediante  $(S_2, p_2)$

El haz fibrado  $(S_2, p_2)$  permite condensar en el tiempo, la información que es proporcionada por las dinámicas usadas en la ejecución de los movimientos durante una coreografía; dejando al espacio topológico del tiempo dotado de elementos suficientes (las particiones  $P_i$  y las funciones  $e_i$  para  $i \in D$ ), para albergar mediante homeomorfismos al mismo espacio  $E$ , que es construido específicamente para cada pieza de danza contemporánea.

### 3.3. Diseños en el espacio

Para este elemento técnico de la danza contemporánea es necesario pensar que el espacio en el que el danzante se mueve es tridimensional, pero este también va cambiando su configuración con respecto al tiempo; en cada instante de tiempo existe un lugar diferente. Es por eso que inicialmente vamos a sumergirnos en un subconjunto cerrado y acotado de  $\mathbb{R}^4$ , que resulte ser el producto cartesiano del intervalo de tiempo  $T$ , con  $L \subseteq \mathbb{R}^3$  cerrado y acotado que representa el espacio tridimensional del escenario.

**Definición 3.8.** *El espacio topológico de los diseños en el espacio es  $K = (T \times L, \text{top. producto } U, U_L)$ , siendo  $U_L$  la topología inducida por la topología usual de  $\mathbb{R}^3$*

Recuerde que la partición del intervalo  $T$ , antes definida como  $P_i$  para  $i \in D$ , garantiza que existen subintervalos en donde sólo se ejecuta un único movimiento una sola vez; por tanto se puede encontrar  $x \in L$  para cada punto de la partición, denominada *ubicación principal*, la cual representa la localización del centro del danzante<sup>4</sup> en el espacio tridimensional. Inspirado en la construcción matemática del gesto de Mazzola[8], tomamos la agrupación de todas las ubicaciones principales como un conjunto  $V_i \subseteq \mathbb{R}^3$   $i \in D$ , de manera tal que sean el conjunto de vértices para digrafos  $\Psi_i$ , en dónde las flechas sean la conexión entre las ubicaciones principales en relación al tiempo.

Adicionalmente, de la misma forma que en el ejemplo 2.2, si se toma como espacio topológico el subconjunto cerrado y acotado de  $\mathbb{R}^4$  mencionado anteriormente, y los digrafos  $\Psi_i$ ; se tiene que los conjuntos de gestos  $g_i$ , son morfismos entre los  $\Psi_i$  y caminos continuos en el subconjunto de  $\mathbb{R}^4$  que respetan la configuración de los puntos de  $V_i$ , cuya inmersión está dada naturalmente por la relación de la ubicación principal con el tiempo. De ahora en adelante, se va a hacer referencia a morfismos entre digrafos como *recorridos*. Estos caminos del cuerpo del recorrido pueden ser vistos como gráficas de funciones del tiempo en el espacio, ya que un danzante no puede tener su centro de gravedad en dos lugares espaciales al mismo tiempo; y además entre ellas nunca se cruzan porque tampoco puede haber dos danzantes con su centro en el mismo lugar al mismo tiempo.

Según la definición 2.6, el conjunto de flechas sobre  $\vec{K}$  son las funciones continuas  $f : [0, 1] \rightarrow K$ , lo cual depende de la topología de  $[0, 1]$  como subconjunto de  $\mathbb{R}$  y de la topología de  $K$ . Usando la topología producto mencionada en la definición 3.8, y en búsqueda de tener cuerpo de los recorridos  $g_i$  como caminos continuos en  $\mathbb{R}^4$  en el sentido usual, es necesario que la topología de  $[0, 1]$  sea la generada por intervalos de la forma  $[a, b)$ ,  $a < b$  y  $(c, d)$ ,  $c < d$  con  $a, b, c, d \in [0, 1]$ . Usando esta topología sobre  $[0, 1]$ , no sólo los caminos continuos en el sentido usual resultan ser continuos en  $K$ , también caminos con discontinuidades de salto; pero al considerar el cuerpo de un recorrido, podemos limitarnos a los caminos continuos usuales.

**Definición 3.9.** *La unión de los caminos continuos resultantes de los recorridos  $g_i$  para  $i \in D$ , son una asignación  $d_i : T \rightarrow L$ . Dicha asignación es la función de desplazamiento de cada danzante.*

Análogamente, como se había mencionado en el capítulo anterior, en cada instante de tiempo, sobre su ubicación en el espacio cada danzante lleva como caparazón su kinesfera, es decir para cada punto  $t \in T$  existe un punto de ubicación en el espacio, y precisamente ese punto el que sirve de centro para construir la deformación continua de  $S^2$ <sup>5</sup>; note que según la definición 2.3 y la proposición 3.5, las kinesferas de cada danzante sobre su desplazamiento resulta ser una continuación analítica a lo largo de  $d_i$ .

**Proposición 3.5.** *La unión de las kinesferas del danzante sobre la curva del desplazamiento es una continuación analítica*

*Demostración.* Supongamos que  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  es una parametrización del desplazamiento del danzante  $d_i$ , en dónde  $\gamma(0) = u_0$  es la posición inicial del danzante en el espacio. Tomamos  $u_0$

<sup>4</sup>El centro del danzante hace referencia al centro de gravedad, que no necesariamente se ubica anatómicamente todo el tiempo en la zona pélvica, este punto cambia con respecto a la posición del cuerpo.

<sup>5</sup>Notación para la esfera tridimensional

como el centro de una vecindad  $U_0$  sobre la que se defina la kinesfera como una función  $f_0$ , dicha función es analítica porque es la parametrización de la esfera como superficie. En cada punto  $\gamma(t) = u_t$  podemos encontrar el abierto  $U_t$  y definir la función analítica  $f_t$  de la misma forma que en  $u_0$ . Sea  $\epsilon > 0$ , para  $t, t'$  tal que  $|t - t'| < \epsilon$  existe un recorrido del danzante en el espacio que los une, luego si  $\epsilon$  es cercano a 0, no sólo se tiene que la intersección de  $U_t$  y  $U_{t'}$  es no vacía, también las kinesferas coinciden en esa intersección porque el danzante no puede tener dos kinesferas rodeándolo al mismo tiempo.  $\square$

**Definición 3.10.** La continuación analítica de las kinesferas sobre el desplazamiento de cada danzante es una superficie llamada la kine-superficie de Laban, denotada por  $\Gamma$

Para conectar al tiempo los elementos involucrados en los diseños en el espacio, es necesario definir una topología en la variedad del desplazamiento del danzante y la kine-superficie de Laban, de tal manera que se puedan desenvolver sobre el espacio topológico que representa al tiempo. Pero es de interés capturar información de la totalidad de los danzantes, luego dichas topologías deben estar definidas en el conjunto de todas las variedades de desplazamientos y todas las kine-superficies de Laban.

**Proposición 3.6.** El conjunto  $U_d = \{d_i(V) : V \in U \text{ y } i \in D\}$  es base para una topología para el conjunto de todos los desplazamientos, siendo  $U$  la topología del espacio topológico del tiempo

*Demostración.* Recuerde que  $U$  es la topología en el tiempo generada por los intervalos de la forma  $[a, b]$ , luego  $\emptyset, T \in U$ , por lo cual  $\emptyset \in U_d$  y el conjunto de todos los desplazamientos es igual a la unión de  $d_i(T)$  para  $i \in D$ . Sean  $B_1, B_2 \in U_d$ , entonces  $B_1 \cap B_2 = \emptyset$  ó  $B_1 = d_i(A)$  y  $B_2 = d_i(B)$  con  $i \in D$  y  $A, B \in U$  con intersección no vacía, y como  $U$  es topología  $A \cap B = C \in U$  luego  $B_1 \cap B_2 = B_3 = d_i(C) \in U_d$   $\square$

Para el conjunto de las kine-superficies de Laban vamos a usar la topología inducida como subconjunto de  $\mathbb{R}^4$ . Adicionalmente en cada instante de tiempo, el danzante puede tener algunas de sus extremidades alargadas, de manera tal que rocen la superficie de la kinesfera que está rodeándolo en ese momento; teniendo esto en cuenta, a medida que el danzante se desplaza, se generan *rastros*, que curvas continuas sobre  $\Gamma$ , los cuales también provienen de un conjunto vértices y flechas, y por tanto de un digrafo. Mediante este razonamiento podemos ver los rastros como hipergestos, cuyo esqueleto son los digrafos  $\Phi_i$ , y cuyo cuerpo son recorridos de las extremidades del danzante en  $\Gamma$ . Para cada danzante se define el conjunto todos los rastros como  $\tau_i$ ,  $i \in D$ . Con estas puntualizaciones podemos construir naturalmente dos haces fibrados sobre el tiempo, de manera que uno se articule con los desplazamientos y otro con la kine-superficie de Laban:

**Proposición 3.7.**  $(\bigcup \{graf(d_i)\}, \bigcup \{d_i^{-1}\})$  es un haz fibrado sobre  $T$

*Demostración.* Sea  $p \in \bigcup \{graf(d_i)\}$ , sin pérdida de generalidad podemos suponer que  $p \in graf(d_1)$ , note que  $p = (t, x, y, z)$  en donde  $t \in P_k$  para algún  $P_k \subseteq \bar{P}_1$ , entonces tome  $U = d_1(P_k)$  y  $V = P_k$ ; la afirmación  $d_1^{-1}|_U$  es un homeomorfismo local se sigue de la continuidad por la topología definida sobre  $\bigcup \{graf(d_i)\}$  en la proposición 3.6, la sobreyectividad por el hecho de  $d_1^{-1}(U) = P_k$ , y inyectividad por la definición de la partición  $\bar{P}_1$  y la definición de la función de desplazamiento.  $\square$

**Definición 3.11.** El haz fibrado de la proposición 3.7 es el haz de los desplazamientos, y es denotado mediante  $(S_3, p_3)$

**Proposición 3.8.**  $(\bigcup graf(\tau_i), \bigcup \tau_i^{-1})$  es un haz fibrado sobre  $T$

*Demostración.* Sea  $p \in \bigcup graf(\tau_i)$ , sin pérdida de generalidad podemos suponer que  $p \in graf(\sigma_1)$  para algún  $\sigma_1 \in \tau_1$ , note que  $p = (t, x, y, z)$  en donde  $t \in P_k$  para algún  $P_k \subseteq \bar{P}_1$ , entonces tome  $U = \sigma_1(P_k)$  y  $V = P_k$ ; la afirmación  $\sigma_1^{-1}|_U$  es un homeomorfismo local se sigue de la continuidad por la topología definida sobre las kine-superficies de Laban y la definición de las  $\sigma_i$ , la sobreyectividad por el hecho de  $\sigma_1^{-1}(U) = P_k$ , y inyectividad por la definición de la partición  $\bar{P}_1$  y la definición de los rastros del danzante.  $\square$

**Definición 3.12.** *El haz fibrado de la proposición 3.8 es el haz de los rastro en la kine-superficie de Laban, y es denotado mediante  $(S_4, p_4)$*

Los haces fibrados  $(S_3, p_3)$  y  $(S_4, p_4)$  permiten condensar en el tiempo, la información que es proporcionada por los desplazamientos del danzante, y las extensiones de sus extremidades inscritas dentro de su kine-superficie de Laban; dejando al espacio topológico del tiempo dotado de elementos (particiones  $P_i$ , funciones  $d_i$  y rastros  $\tau_i$  para  $i \in D$ ), para albergar mediante homeomorfismos al espacio  $K$ .

### 3.4. Correlación entre $R$ , $E$ y $K$

Una vez descritos los tres espacios topológicos que capturan algunos aspectos técnicos de la danza contemporánea, es necesario, al igual que en la creación artística, relacionar los elementos que están involucrados, y generar una unidad, en la que el espectador pueda sumergirse y descubrir las poéticas que en esta se esconden. En la construcción matemática anteriormente descrita, dicha relación está dada por morfismos entre los haces fibrados sobre el espacio topológico del tiempo (ver definición 2.12); éstos de establecen mediante las siguientes proposiciones

**Proposición 3.9.** *La aplicación  $g_1 : S_1 \rightarrow S_2$  definida mediante  $g_1(t, i, m) = (t, i, l)$  es un morfismo entre  $(S_1, p_1)$  y  $(S_2, p_2)$  (Ver definiciones 3.2 y 3.7)*

*Demostración.* Sea un abierto  $U \subseteq S_2$ , entonces  $U = ([t, t'], J, L)$  con  $J \subseteq D$  y  $L \subseteq I$ , y es claro mediante la definición de  $g_1$  que  $g_1^{-1}(U) = ([t, t'], J, M)$  con  $M \subseteq C$ , que resulta ser abierto en la topología producto de  $S_1$   $\square$

**Proposición 3.10.** *La aplicación  $g_2 : S_2 \rightarrow S_3$  definida mediante  $g_2(t, i, l) = (t, x, y, z)$  es un morfismo entre  $(S_2, p_2)$  y  $(S_3, p_3)$  (Ver definiciones 3.7 y 3.11)*

*Demostración.* Sea un abierto  $U \subseteq S_3$ , entonces  $U = ([t, t'], d_J([t, t']))$ , con  $J \subseteq D$  y es claro mediante la definición de  $g_2$  que  $g_2^{-1}(U) = ([t, t'], I, L)$  con  $L \subseteq I$ , que resulta ser abierto en la topología producto de  $S_2$   $\square$

**Proposición 3.11.** *La aplicación  $g_3 : S_3 \rightarrow S_4$  definida mediante  $g_3(t, x, y, z) = (t, x', y', z')$  donde  $(t, x', y', z')$  es un punto de la kinesfera centrada en el punto  $(t, x, y, z)$ , es un morfismo entre  $(S_3, p_3)$  y  $(S_4, p_4)$  (Ver definiciones 3.11 y 3.12)*

*Demostración.* Sea un abierto  $U \subseteq S_4$ , entonces  $U = ([t, t'], U')$ , con  $U' \subseteq \Gamma_J$  abierto para algún  $J \subseteq D$ , y es claro mediante la definición de  $g_3$  que  $g_3^{-1}(U) = ([t, t'], d_J([t, t']))$ , que resulta ser abierto en la topología producto de  $S_3$   $\square$

**Proposición 3.12.** *La aplicación  $g_4 : S_4 \rightarrow S_1$  definida mediante  $g_4(t, x, y, z) = (t, i, m)$  donde  $(x, y, z) \in \Gamma_i$  para algún  $i \in D$ , es un morfismo entre  $(S_4, p_4)$  y  $(S_1, p_1)$  (Ver definiciones 3.12 y 3.2)*

*Demostración.* Sea un abierto  $U \subseteq S_1$ , entonces  $U = ([t, t'], J, M)$ , con  $J \subseteq D$  y  $M \subseteq C$ , y es claro mediante la definición de  $g_4$  que  $g_4^{-1}(U) = ([t, t'], U')$  con  $U' \subseteq \Gamma_J$ , que resulta ser abierto en la topología producto de  $S_4$   $\square$

En esencia, estos morfismos relacionan los aspectos técnicos de la danza contemporánea, de la misma manera que hace un danzante al momento de danzar; se puede decir que el danzante amarra en su cuerpo y en su movimiento los recursos coreográficos, los diseños de movimiento a partir de las dinámicas y los diseños en el espacio en un trascurrir del tiempo. Los morfismos tienen la misma función en esta codificación propuesta:  $g_1$  le asigna a cada movimiento la dinámica en la que es ejecutado,  $g_2$  asigna a la dinámica de movimiento el recorrido espacial en que esta se aplica,  $g_3$  asigna a los recorridos en el espacio los alargamientos límites del cuerpo y  $g_4$  asigna a los alargamientos límites del cuerpo el movimiento que permite dicho alargamiento; mediante composición de estos morfismos obtenemos el recorrido espacial que tiene un movimiento o las dinámicas en la que el cuerpo llega a sus alargamientos límite.

## Capítulo 4

# Representaciones de la codificación matemática planteada

A este punto de la construcción, es pertinente hacer explícito el comportamiento de la codificación con algunos ejemplos traídos desde la danza contemporánea, ejemplos concretos; razón por la cual se han escogido tres fragmentos de piezas provenientes de diferentes lugares, estilos y épocas, de manera tal que pueda apreciarse tanto la diversidad de la danza contemporánea como el alcance de la codificación aquí propuesta.

### 4.1. Mats Ek - Smoke

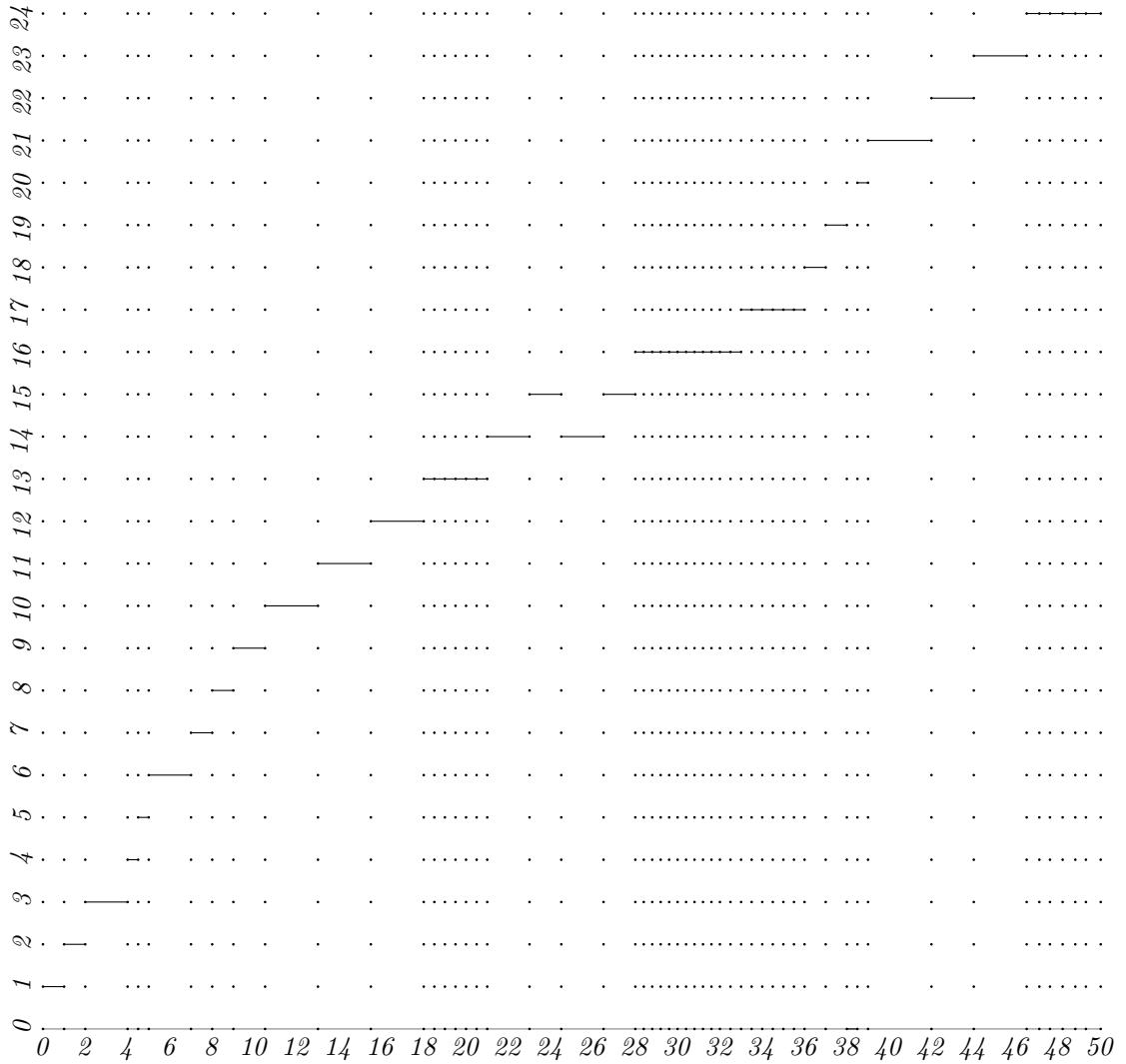
‘Smoke’ es un videodanza<sup>1</sup> del coreógrafo y bailarín sueco Mats Ek, filmada en 1995 por él mismo junto a Gunilla Wallin, interpretada por la bailarina francesa Silvie Guillem y el bailarín sueco Niklas Ek, y con un soporte sonoro de Arvo Pärt. En esta serie de tres piezas se abordan diferentes percepciones acerca de la relación entre un hombre y una mujer, como juntos e individualmente exploran momentos fugaces de soledad, inseguridad, celos, pasión, ira, aceptación y aburrimiento; en una declaración Ek dice: “Cada uno de ellos tiene distintas caras. Cada uno tiene su propia vida y la expresa en sus respectivos solos. Ellos entran y salen en la ternura y en la violencia. El humo de cigarrillo que sale de sus bocas y sus ropas es lo que tienen para decirse el uno al otro.”

Aquí será de interés la tercera pieza de la serie, en la que la aparición de Guillem es mucho más relevante, a tal punto de que en la mayor parte de la pieza, ella es la única que está presente en el registro de la cámara. Esta pieza tiene una duración de más de seis minutos, pero debido a la extensión de los gráficas sólo se codificará desde el minuto 1:28 al minuto 2:19 (Ver video anexo 1).

Note entonces que  $T = [0, 50]$  ya que la duración del fragmento es de 51 segundos,  $D = \{1\}$  ya que sólo vemos a Guillem en el video, y analizando este concluimos que  $C = [0, 24] \cap \mathbb{N}$ . La partición de  $T$  está señalada por puntos sobre la componente del tiempo en la figura 4.1, en donde esta la gráfica de la función  $r_1$  inmersa en el espacio  $R$ ; es natural que se pregunte ¿por qué alrededor del segundo 38 la asignación va al valor inicial del conjunto de movimientos, si anteriormente no ha aparecido en la pieza y dicho conjunto se ordena mediante la aparición del movimiento en la pieza? La respuesta está en la definición del conjunto  $C = [0, c] \cap \mathbb{N}$ , siendo  $c$  el número de movimientos en la pieza, entonces  $C$  tiene  $c+1$  elementos; ese elemento adicional está representando la pausa, y siempre está como primer elemento en el conjunto, de allí la asignación a ese punto en el segundo 38.

---

<sup>1</sup>Es un registro de video en donde la danza toma el protagonismo, y se pone al servicio de las posibilidades que le cámara.



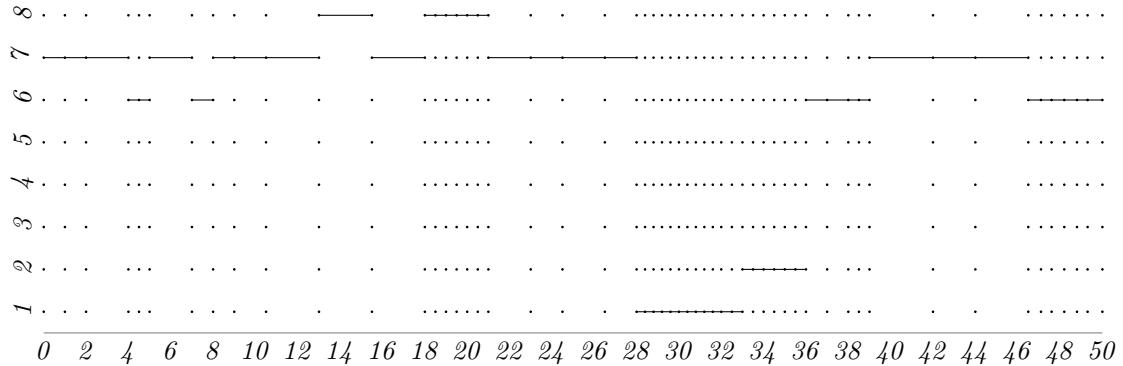
**Figura 4.1:** Gráfica en el espacio topológico  $R$  para la pieza ‘Smoke’

Adicionalmente en la gráfica se puede ver que ante la presencia de un sólo danzante, los recursos coreográficos cuya representación es global, como el unísono, el canon, los diálogos, las individuales, la inversión (global), la acumulación (global) y la disminución (global) no pueden ser usados en la pieza, y por tanto tampoco pueden ser representados. Pero elementos como locales si puede aparecer, particularmente en esta pieza se ve la repetición en algunos intervalos de tiempo:

- [18, 21]: El movimiento identificado con el número 13 cuya duración es de sólo 0,6 segundos se repite 5 veces. El homeomorfismo  $f_r : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_1)$  está dado por  $f_r(t, 1, 13) = (t + 0,6, 1, 13)$ , con  $t \in [18, 20, 4)$
- [21, 28]: Los movimientos identificados con los números 14 y 15 cuya duración es de sólo 2 y 1,5 segundos respectivamente se repiten una vez. Los homeomorfismos  $f_r, f'_r : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_1)$  y están dados por  $f_r(21, 1, 14) = (21 + 3,5, 1, 14)$ , con  $t \in [21, 23]$  y  $f'_r(23, 1, 15) = (21 + 3,5, 1, 15)$ , con  $t \in [23, 24, 5)$
- [28, 33]: El movimiento identificado con el número 16 cuya duración es de sólo 0,2 segundos se repite 21 veces. El homeomorfismo  $f_r : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_1)$  está dado por  $f_r(t, 1, 16) = (t + 0,2, 1, 16)$ , con  $t \in [28, 32, 8)$
- [33, 36]: El movimiento identificado con el número 17 cuya duración es de sólo 0,5 segundos se repite 6 veces. El homeomorfismo  $f_r : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_1)$  está dado por  $f_r(t, 1, 17) = (t + 0,5, 1, 17)$ , con  $t \in [33, 35, 5)$

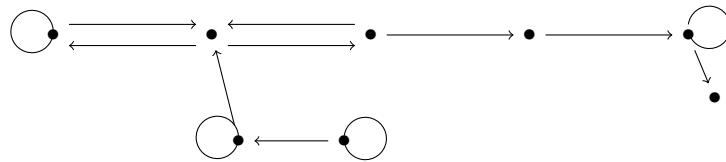
- [45,5,50]: El movimiento identificado con el número 24 cuya duración es de sólo 0,3 segundos se repite 15 veces. El homeomorfismo  $f_r : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_1)$  está dado por  $f_r(t, 1, 24) = (t + 0,3, 1, 24)$ , con  $t \in [45,5,50]$

La interpretación por parte de un sólo danzante, hace que lo denominado contraste, en los diseños de movimiento a partir de las dinámicas no pueda aparecer. Pero mediante en la figura 4.2 podemos hacer un análisis del ritmo, mediante la curvatura de la gráfica de  $e_1$ . Observando la gráfica, es evidente que en algunos puntos de la partición la curvatura es igual a 0, ya que existe una predilección de Guillem a usar el deslizar como dinámica en esta pieza; pero existen puntos de la partición en los que la curvatura diferente de 0, luego la pieza no es plana; este fragmento tampoco es de curvatura constante ya que existen  $p = (11, 1, 7)$ ,  $q = (15, 1, 8)$ ,  $r = (35, 8, 1, 2)$ ,  $s = (37, 1, 3)$  puntos de la gráfica, tal que  $\nabla \circ \Delta(p, q) = 1$  y  $\nabla \circ \Delta(r, s) = 2$ .



**Figura 4.2:** Gráfica en el espacio topológico  $E$  para la pieza ‘Smoke’

Para representar algunas propiedades de los diseños en el espacio, es necesario usar el apoyo de la tecnología ya que se está trabajando en cuatro dimensiones, pero debido a los planos usados en este videoanexo, no es tan claro ver la variación de la kinesfera o los desplazamientos. Este aspecto será ejemplificado con más detalle en el referente de la sección 4.3. Sin embargo, como en el fragmento Guillem no hace saltos, y sólo baja el nivel una vez por un corto instante tiempo, es posible construir el digrafo esqueleto de sus desplazamientos en un espacio bidimensional, como si se viera a la interprete desde arriba, danzando dentro de un rectángulo; dicho digrafo se puede apreciar en la figura 4.3



**Figura 4.3:** Esqueleto de los recorridos para la pieza ‘Smoke’

## 4.2. Grupo Corpo - Triz

‘Triz’ es una obra de la compañía de danza contemporánea Brasilera ‘Grupo Corpo’, creada en el 2013 bajo la coreografía del Rodrigo Pederneiras y con música de Lenine. Esta pieza hace referencia a la espada mítica de Damocles, de dónde viene su nombre: Triz, un término onomatopéyico muy probablemente derivado del griego triks / trikós (cabello), simbolizado en la expresión por um triz (por un cabello). Dentro de la pieza existen escenas en donde los danzantes ocupan un espacio que refleja la intermitencia diabólica y la astucia trabajadas a tiempo por la música de Lenine, generando una necesidad en la dramaturgia de la pieza y en los danzantes, que fue resulta por una serie de dúos femeninos, los cuales actuaron como momentos tranquilizadores y pausas para respirar.

Aquí tomaremos como referente una escena en la que intervienen dúos, tríos; dicho fragmento tiene una duración de más de seis minutos, pero por razones similares a las descritas con el referente anterior sólo se trabajará sobre un trío femenino, en el que la topología que se da sobre el conjunto de danzantes se puede dar de una forma alternativa a la topología discreta; dicho trío está entre el minuto 3:00 al minuto 3:43 (Ver anexo 3).

Note entonces que  $T = [0, 42]$  ya que la duración del fragmento es de 43 segundos,  $D = \{1, 2, 3\}$  ya que intervienen tres danzantes en el fragmento, pero note que dos de ellas están en un rol casi idéntico luego la topología sobre dicho conjunto será  $U_D = \{\emptyset, \{1\}, \{2, 3\}, D\}$ , en dónde el número uno representa a la solista, y el número dos y tres a las otras danzantes. Analizando el vídeo también obtenemos que  $C = [0, 16] \cap \mathbb{N}$ . La partición de  $T$  está señalada por puntos sobre la componente del tiempo en la figura 4.4, en dónde están las gráficas de las funciones  $r_1, r_2$  y  $r_3$  inmersa en el espacio  $R$ .

Adicionalmente en la imagen se puede ver la presencia de algunos los recursos coreográficos globales y locales, como el unísono, los diálogos, la repetición:

- [0, 10]: Los movimientos identificados con los números 1,2,3 cuya duración total es de sólo 10 segundos están en un unísono. El homeomorfismo  $f_u : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 2, 3$  está dado por  $f_u(t, 1, n) = (t, i, n)$ , con  $n = 1, 2, 3$  y  $t \in [0, 10]$
- [14, 17]: Los movimientos identificados con los números 5,6 cuya duración total es de sólo 7 segundos están en un unísono. El homeomorfismo  $f_u : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 2, 3$  está dado por  $f_u(t, 1, n) = (t, i, n)$ , con  $n = 5, 6$  y  $t \in [14, 17]$
- [17, 24]: Los movimientos identificados con los números 7,8 están en diálogo con la pausa, o el movimiento 0. El homeomorfismo  $f_d : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 2, 3$  está dado por  $f_d(t, 1, 7) = (t, i, 0)$  y  $f_d(t, 1, 0) = (t, i, 8)$ , con  $t \in [17, 24]$
- [24, 31]: El movimiento identificado con el número 9 cuya duración es de sólo 3,5 segundos se repite 2 veces. El homeomorfismo  $f_r : \text{graf}(r_i) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 1, 2, 3$  está dado por  $f_r(t, i, 9) = (t + 3,5, i, 9)$ , con  $t \in [24, 27,5]$
- [31, 33]: Los movimientos identificados con los números 11,12 cuya duración es de sólo 1 segundos se repite 2 veces. Los homeomorfismos  $f_r : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_1)$ , y  $f'_r : \text{graf}(r_i) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 2, 3$  están dados por  $f_r(t, 1, 11) = (t + 1, 1, 11)$ , con  $t \in [31, 32)$  y  $f'_r(t, i, 12) = (t + 1, i, 12)$ , con  $i = 2, 3$  y  $t \in [31, 32)$

En esta pieza, al estar involucradas tres danzantes, podemos encontrar tanto el contraste como el ritmo, mediante las gráfica de las  $e_i$  en la figura 4.5. Observando la gráfica, es evidente que en algunos puntos de la partición la curvatura es igual a 0, pero existen puntos de la partición en los que la curvatura diferente de 0, luego la pieza no es plana; este fragmento tampoco es de curvatura constante ya que existen  $p = (15, 1, 7)$ ,  $q = (16, 1, 5)$ ,  $r = (30, 1, 3)$ ,  $s = (31, 1, 2)$  puntos de la gráfica, tal que  $\nabla \circ \Delta(p, q) = 3$  y  $\nabla \circ \Delta(r, s) = 5$ .

Al igual que el en referente anterior, debido a los planos usados en la grabación, no es tan clara la variación de la kinesfera o los desplazamientos del danzante en el espacio. Sin embargo, también se puede construir el digrafo esqueleto de los desplazamientos en un espacio bidimensional, cómo si se viera a las interpretes desde arriba, danzando dentro de un rectángulo; dicho digrafo se puede apreciar en la figura 4.6; en dónde, porque las tres danzantes hacen el mismo recorrido bidimensional, sólo hay se dibuja un conjunto de flechas; pero en realidad hay tres conjuntos de flechas, uno por cada danzante, con la misma disposición.

En este punto, teniendo la codificación de dos piezas de diferentes épocas y lugares, pero interpretadas por mujeres, podemos ver que existe una similitud en las gráficas de los fragmentos de Smoke y Triz, no son idénticamente la misma representación, pero se puede ver que la disposición de las gráficas en sus espacios es muy similar, sobre todo en el espacio  $E$ . Si observamos los vídeos de estos referentes podemos percibir que el ambiente que se genera en estas dos propuestas es muy similar, la percepción de un espectador frente a estas no difiere por mucho; esto abre una posibilidad, en la que se puedan agrupar las piezas de danza contemporánea según el ambiente que generar, estudiado a partir de la codificación aquí propuesta, de tal manera que se pueda categorizar el espacio de las obras de danza contemporánea, y hacer un estudio de estas de una forma más general.

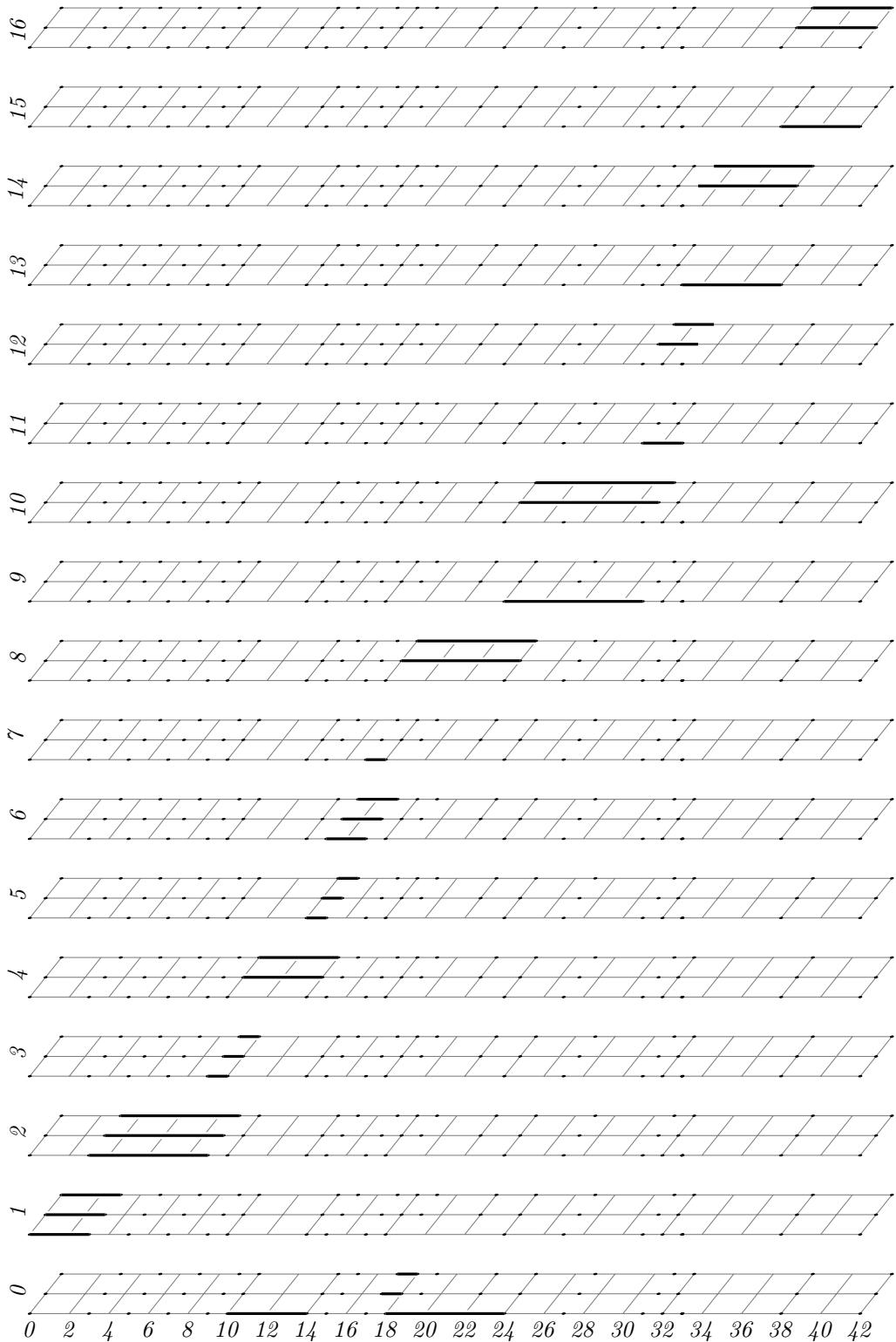
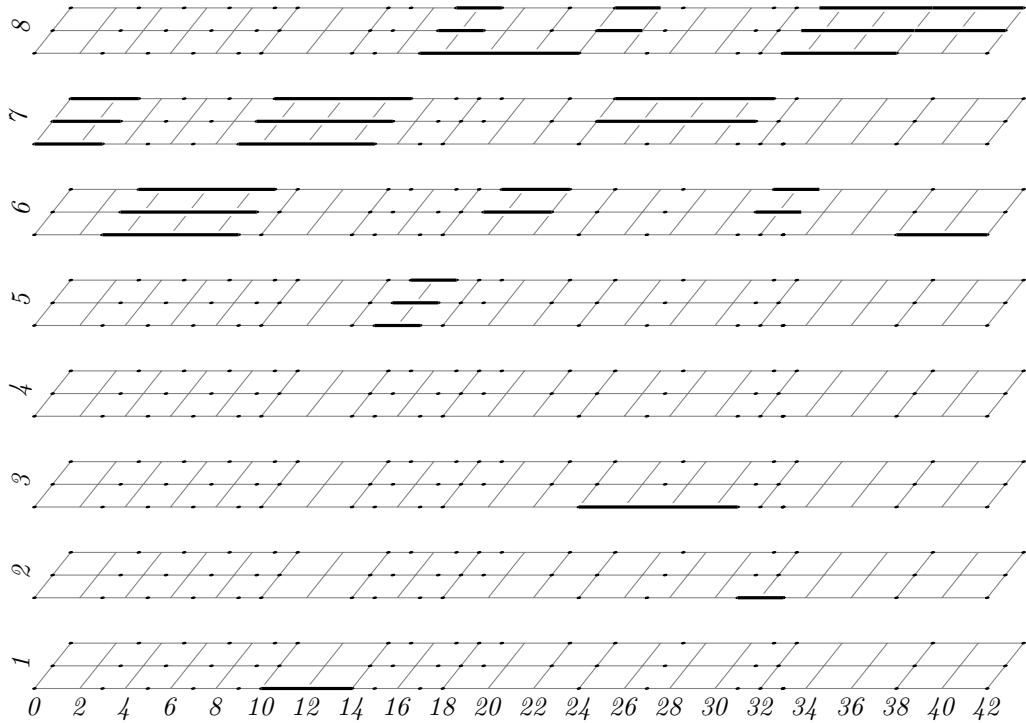
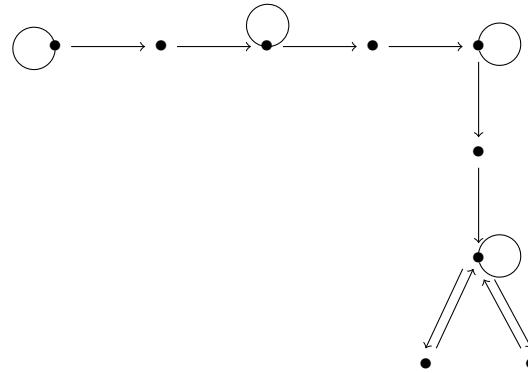


Figura 4.4: Gráfica en el espacio topológico  $R$  para la pieza ‘Triz’



**Figura 4.5:** Gráfica en el espacio topológico  $E$  para la pieza ‘Triz’



**Figura 4.6:** Esqueleto de los recorridos para la pieza ‘Triz’

### 4.3. Margareth Arias - Provocar lo inesperado

‘Provocar lo inesperado’ es una serie videodanzas de la bailarina y coreógrafa colombiana Margareth Arias, filmadas durante el 2017, en la que ella, como interprete, se da la oportunidad de habitar espacios de la ciudad de Bogotá mediante el movimiento, el cual es suscitado por las características o particularidades de cada uno, entre ellos la ubicación, el ambiente, el flujo de personas y sus propias percepciones emocionales; adicionalmente, para la edición del vídeo, escoge soportes sonoros que también son suscitados por los lugares, algunos de ellos construidos por su equipo de trabajo.

Aquí tomaremos como referente una pieza filmada a finales de 2017, sobre un edificio del centro de la ciudad. Aquí la sutileza del plano que propone la cámara hace que tengamos una vista general de toda la coreografía, y por tanto sea mas sencillo la visualización de los movimientos. Esta pieza tiene una duración de poco menos de dos minutos, pero debido a la extensión de los gráficas sólo se codificará desde el segundo 16 hasta el minuto 1:09 (Ver anexo 3).

Note entonces que  $T = [0, 52]$  ya que la duración del fragmento es de 53 segundos,  $D = \{1\}$  ya

que sólo vemos a Arias en el vídeo, y analizando este concluimos que  $C = [0, 36] \cap \mathbb{N}$ . La partición de  $T$  está señalada por puntos sobre la componente del tiempo en la figura 4.7, en dónde esta la gráfica de la función  $r_1$  inmersa en el espacio  $R$ . En este ejemplo, con la representación de la partición, se puede ver que existe una suerte de patrón en la cadencia en que ha un cambio de movimiento; esto, en la mayoría de los casos, está relacionado con el ritmo del danzante en la pieza.

De la misma forma que ocurrió con la gráfica de la imagen 4.1, ante la presencia de una sola danzante, los recursos coreográficos cuya representación es global, como el unísono, el canon, los diálogos, las individuales, la inversión (global), la acumulación (global) y la disminución (global) no pueden ser usados en la pieza, y por tanto tampoco pueden ser representados. Pero elementos como locales si puede aparecer, particularmente en esta pieza se ve la repetición en algunos intervalos de tiempo:

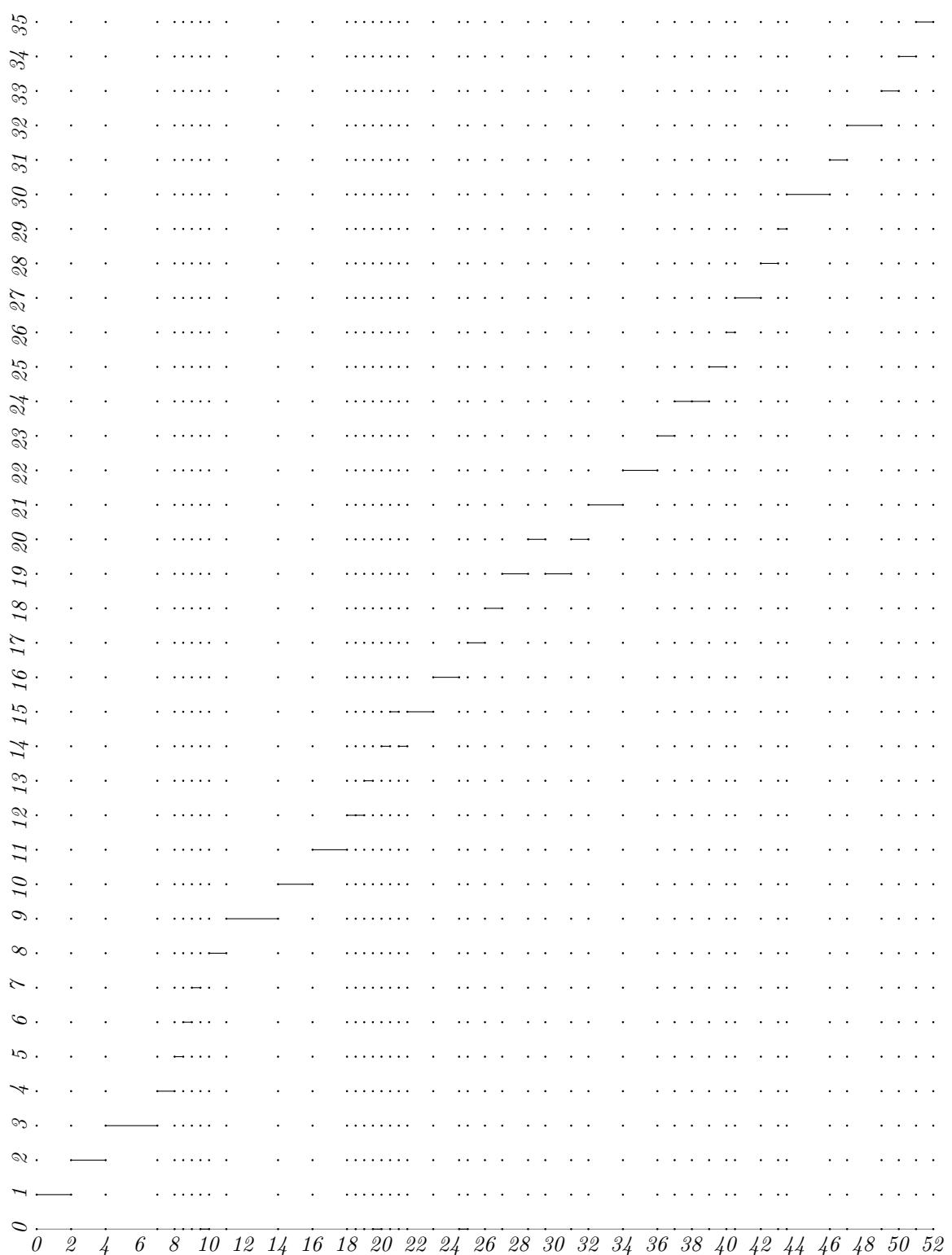
- [20, 21]: El movimiento identificado con el número 14 cuya duración es de sólo 0,5 segundos se repite una vez, después de 0,5 segundos. El homeomorfismo  $f_r : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_1)$  está dado por  $f_r(t, 1, 14) = (t + 1, 1, 14)$ , con  $t \in [20, 20,5]$
- [27, 32]: Los movimientos identificados con los números 19 y 20 cuya duración es de sólo 1,5 y 1 segundos respectivamente se repiten una vez. Los homeomorfismos  $f_r, f'_r : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_1)$  y están dados por  $f_r(27, 1, 19) = (27 + 2,5, 1, 19)$ , con  $t \in [27, 28,5]$  y  $f'_r(28,5, 1, 20) = (28,5 + 2,5, 1, 20)$ , con  $t \in [28,5, 29,5]$
- [37, 39]: El movimiento identificado con el número 24 cuya duración es de sólo 1 segundos se repite 1 vez. El homeomorfismo  $f_r : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_1)$  está dado por  $f_r(t, 1, 24) = (t + 1, 1, 24)$ , con  $t \in [37, 38]$

Cómo se había mencionado antes, al igual que en el primer referente, la presencia de un sólo danzante en la pieza hace que el contraste en los diseños de movimiento a partir de la dinámicas no pueda aparecer. Pero mediante en la figura 4.8 podemos hacer un análisis del ritmo, mediante la curvatura de la gráfica de  $e_1$ ; haciendo una simple inspección de la gráfica es evidente que son pocos los lugares de la pieza en dónde el cambio de dinámica está dado por la identidad, es decir, en dónde la curvatura es 0; si observamos el fragmento del vídeo anexo 3, también evidente que Arias está constantemente cambiando su dinámica, dando así una interpretación del movimiento mucho más interesante, tanto para el estudio aquí propuesto como para un espectador que observa la pieza, sin recurrir a formas que demanden de sus desarrolladas condiciones físicas.

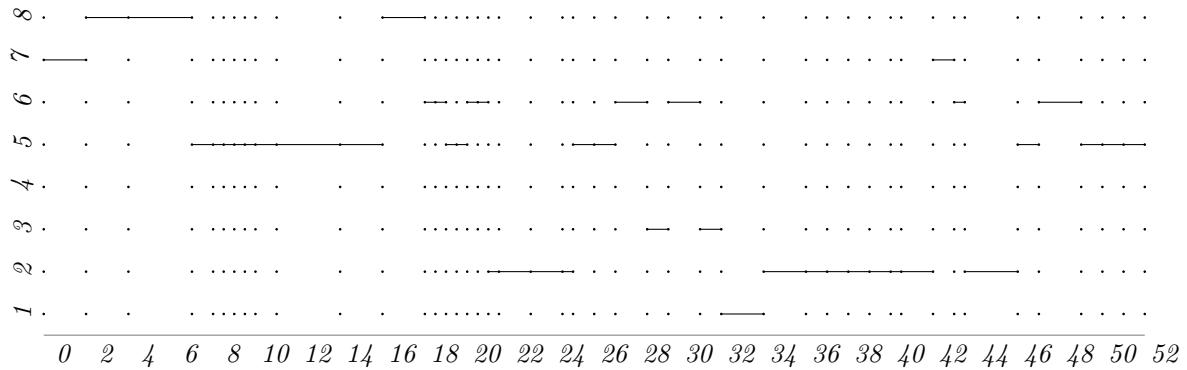
Estudiando más de cerca de la gráfica de la  $e_1$  con los elementos desarrollados en el capítulo anterior, se obtiene una curvatura lejos de ser constante, por ejemplo tomemos los puntos  $p = (40, 1, 2)$ ,  $q = (41,5, 1, 7)$ ,  $r = (42,5, 1, 6)$ ,  $s = (44, 1, 2)$ ,  $t = (45,5, 1, 5)$  de la gráfica, y note entonces que  $\nabla \circ \Delta(p, q) = 7$  y  $\nabla \circ \Delta(q, r) = 5$ ,  $\nabla \circ \Delta(r, s) = 2$  y  $\nabla \circ \Delta(s, t) = 4$ .

En relación a los diseños en el espacio, debido al plano que se maneja en este referente, es más contundente construir, con ayuda de la tecnología el espacio de cuatro dimensiones en donde se mueve el danzante; este desarrollo se puede apreciar en el vídeo anexo 5. Adicionalmente, también se puede construir el digrafo esqueleto de los desplazamientos en un espacio bidimensional, cómo si se vieran a la interprete desde arriba, danzando dentro de un rectángulo; dicho digrafo se puede apreciar en la figura 4.9

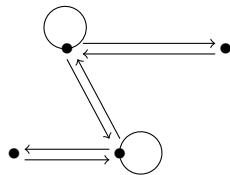
En relación a los referentes anteriores y este, existe aún cierta similitud en las gráficas del espacio  $R$ , pero se puede apreciar un cambio en la disposición del gráficos en el espacio  $E$ , y es que como se había mencionado antes, la interpretación del movimiento que hace Arias tiene como característica el cambio constante de dinámica, característica que no estaba presente en los fragmentos de piezas previos; generando un ambiente que dista en gran medida del ambiente que estaba presente en los referentes anteriores. Mediante estos argumentos se puede concluir que en la categorización de las piezas de danza contemporánea, este fragmento de ‘Provocar lo inesperado’ está en una categoría diferente a correspondiente a los fragmentos de ‘Smoke’ y ‘Triz’ antes analizados.



**Figura 4.7:** Gráfica en el espacio topológico  $R$  para la pieza ‘Provocar lo inesperado’



**Figura 4.8:** Gráfica en el espacio topológico  $E$  para la pieza ‘Provocar lo inesperado’



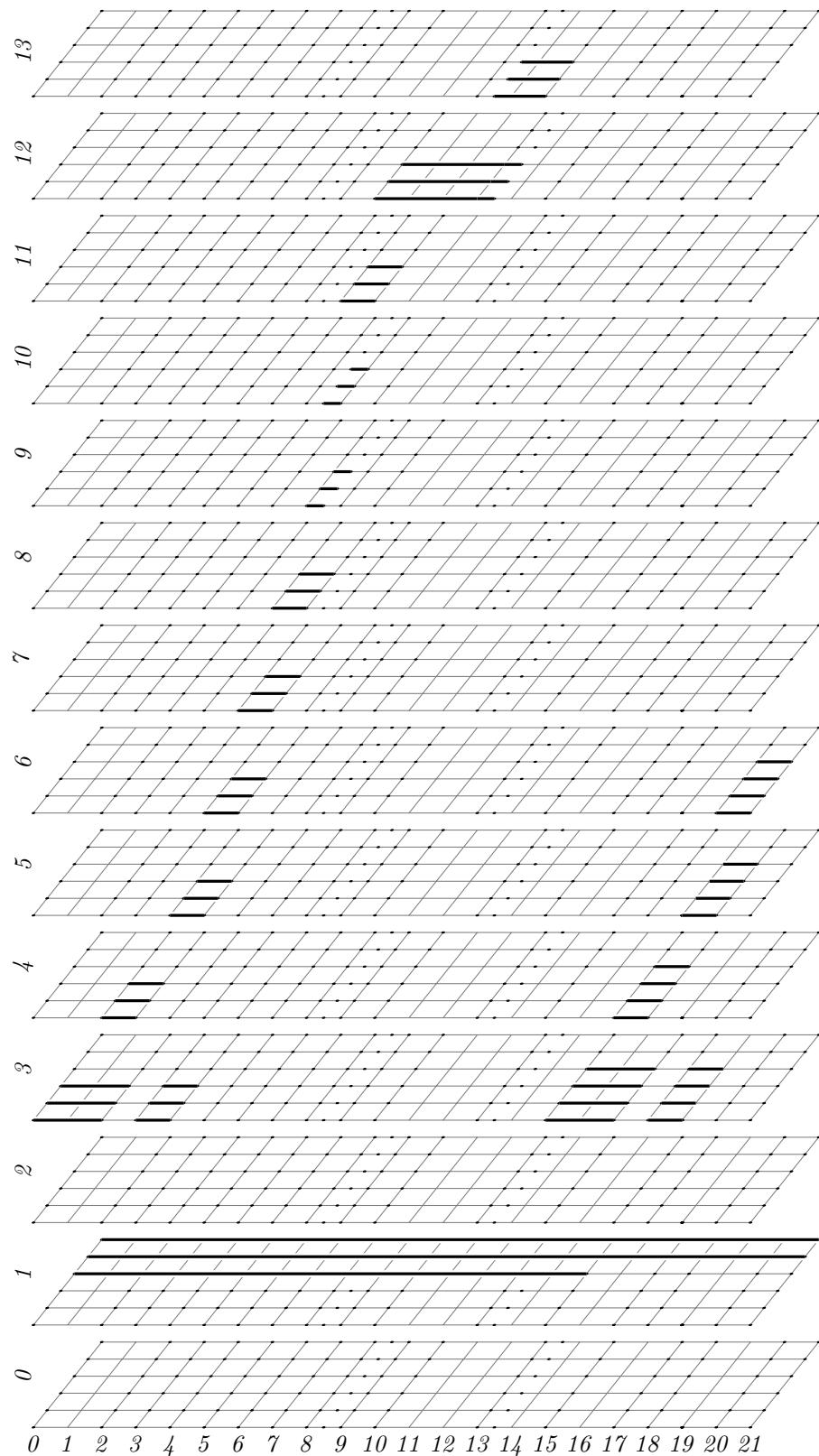
**Figura 4.9:** Esqueleto de los recorridos para la pieza ‘Provocar lo inesperado’

#### 4.4. Compañía Residente del Teatro Jorge Eliécer Gaitán - Abrazos, trampas y otras fábulas

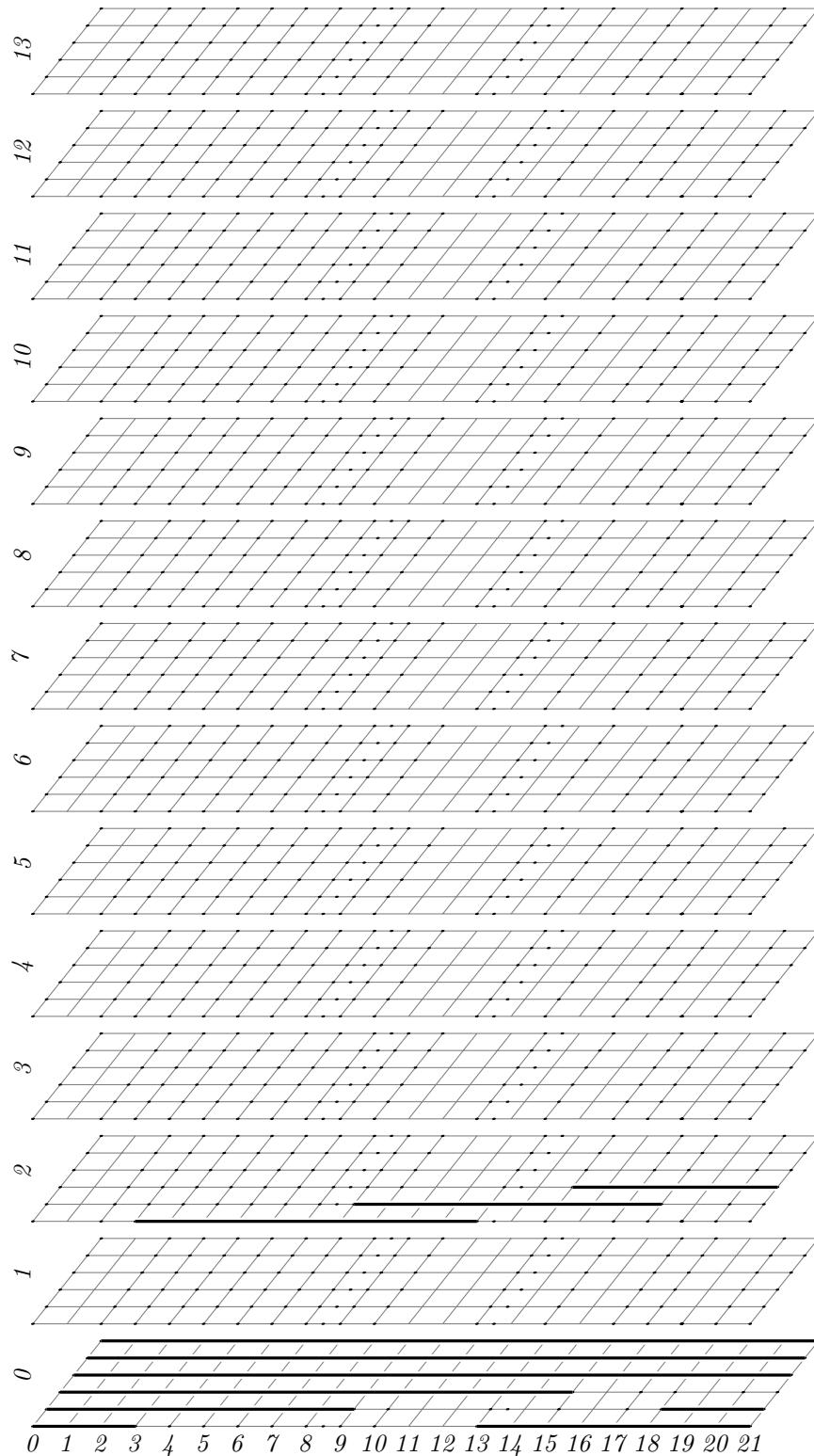
‘Abrazos, trampas y otras fábulas’ es una obra de danza contemporánea dirigida por el coreógrafo y bailarín suizo Charles Vodoz para la compañía residente del Teatro Jorge Eliécer Gaitán, dicha obra fue estrenada 2014 en la séptima versión de festival Danza en la Ciudad. En esta pieza se desarrollan muchos imaginarios del amor, con escenas eróticas y sutiles en paisajes muy poéticos de vivencias y emociones íntimas que ponen en tensión el anhelo y la identidad, además se introduce un tono paródico, ya que también aparecen situaciones y lugares cotidianos, como una discoteca o el mundo de la publicidad y sus ficciones, después de un prólogo.

La totalidad de la pieza tiene una duración de noventa minutos, pero es de interés una escena muy sutil y bella en la que la intimidad de los danzantes está explotada a través del canon y la acumulación como recursos coreográficos y el contraste como ambiente de la escena. Dicha escena tiene una duración de más de cinco, pero debido a la extensión de los gráficos sólo se codificará desde el minuto 4:17 hasta el minuto 4:40 (Ver anexo 3).

Note entonces que  $T = [0, 22]$  ya que la duración del fragmento es de 23 segundos,  $D = \{1, 2, \dots, 12\}$  ya que vemos a doce bailarines en el escenario, y analizando este concluimos que  $C = [0, 13] \cap \mathbb{N}$ . Como son 12 bailarines, la magnitud del espacio total no es representable; se soluciona con las herramientas que brinda la organización pieza: se dividen en dos gráficos, uno en dónde los danzantes son los hombres, y otro con las mujeres. La partición de  $T$  está señalada por puntos sobre la componente del tiempo en las figuras 4.10 y 4.11, en dónde están las gráficas de las funciones  $r_i$ ,  $i \in D$  inmersas en el espacio  $R$



**Figura 4.10:** Gráfica en el espacio topológico  $R$  para la pieza ‘Abrazos, trampas y otras fábulas’ con danzantes hombres



**Figura 4.11:** Gráfica en el espacio topológico  $R$  para la pieza ‘Abrazos, trampas y otras fábulas’ con danzantes mujeres

Adicionalmente en la imagen se puede ver la presencia de algunos los recursos coreográficos globales y locales, como el unísono, el canon, la acumulación, la repetición:

- [0, 15]: Los movimientos identificados con los números 3, 4, 5, ..., 13 están en un unísono con los danzantes hombres. El homeomorfismo  $f_u : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 2, 3$  está dado por  $f_u(t, 1, n) = (t, i, n)$ , con  $n = 3, 4, 5, \dots, 13$  y  $t \in [0, 15]$

- [15, 21]: Los movimientos identificados con los números 3,4,5...,13 están en un unísono con los danzantes hombres. El homeomorfismo  $f_u : \text{graf}(r_1) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 2, 3, 4$  está dado por  $f_u(t, 1, n) = (t, i, n)$ , con  $n = 3, 4, 5..., 13$  y  $t \in [15, 21]$
- 15: El danzante hombre representado con el número 4, se acumula globalmente a los danzantes 1,2,3 en los movimientos identificados con los números 3,4,5...,13 justamente en el segundo 15.
- [0, 6): Los movimientos identificados con los números 3,4,5,6 cuya duración es de sólo 6 segundos se repite una vez. El homeomorfismo  $f_r : \text{graf}(r_i) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 1, 2, 3$  está dado por  $f_r(t, i, n) = (t + 15, i, n)$ , con  $n = 3, 4, 5, 6$  y  $t \in [0, 6)$
- 15: El danzante hombre representado con el número 4, se disminuye globalmente a los danzantes 5,6 en el movimiento identificado con el número 1 justamente en el segundo 15
- [0, 21): El movimiento identificado con el número 1 está en un unísono con los danzantes hombres. El homeomorfismo  $f_u : \text{graf}(r_5) \rightarrow \text{graf}(r_6)$ , está dado por  $f_u(t, 4, 1) = (t, 5, 1)$ , con  $t \in [0, 21)$
- [0, 21): El movimiento identificado con el número 0, que es la pausa, está en un unísono con las danzantes mujeres. El homeomorfismo  $f_u : \text{graf}(r_{10}) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 11, 12$  está dado por  $f_u(t, 10, 0) = (t, i, 0)$ , con  $t \in [0, 21)$
- [0, 21): El movimiento identificado con el número 2, está en un canon con las danzantes mujeres. El homeomorfismo  $f_c : \text{graf}(r_7) \rightarrow \text{graf}(r_i)$ , con  $i = 8, 9$ , está dado por  $f_u(t + 6, 7, 2) = (t, i, 2)$ , con  $t \in [0, 21)$

En esta pieza, al estar involucradas doce danzantes, podemos encontrar tanto el contraste como el ritmo, mediante las gráficas de las  $e_i$  en las figuras 4.13 y 4.14. Note que esencialmente hay un ritmo plano en este fragmento, todas las danzantes mujeres y los danzantes hombres a excepción de uno, se mantienen en una dinámica permanentemente; y eso se comprueba fácilmente mediante la definición 3.5, tome  $p = (t, i, n)$  y  $q(t, i, n)$  para cualquier  $i \in D$  excepto del número que le corresponda al danzante hombre 3 y  $n \in \{3, 6\}$ , entonces  $\nabla \circ \Delta(p, q) = o$  para todo  $t \in T$ . Para el danzante hombre 3  $\nabla \circ \Delta(p, q) = 0$  para cualquier punto de su gráfica, excepto cuando tomo  $p = (14, 3, 3)$  y  $q(15, 3, 6)$ , sólo en dicho punto se tiene que  $\nabla \circ \Delta(p, q) = 7$

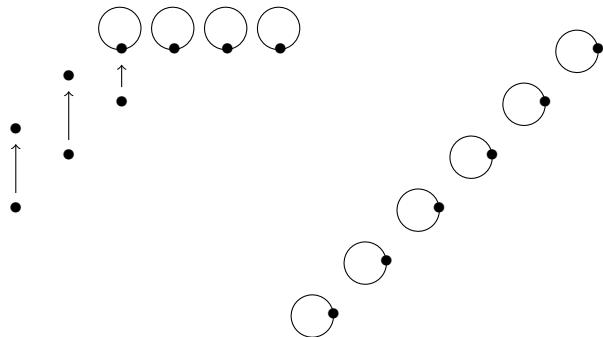
Con respecto al contraste, en la imagen 4.14 se ve que en las danzantes mujeres es idénticamente 0, y en la imagen 4.13 se ve que existe un contraste no plano entre los primeros tres danzantes y los demás; para comprobar esto, se usa el operador de la definición 3.6: para las danzantes mujeres  $\nabla \circ \Delta(p, q) = 0$  para cualquier  $p = (t, i, 3)$  y  $q = (t, j, 3)$  con  $i \neq j$  y  $t \in T$ ; para los danzantes hombres  $\nabla \circ \Delta(p, q) = 0$  para  $p = (t, i, 6)$  y  $q = (t, j, 6)$  con  $i \neq j$ ,  $i, j \in \{4, 5, 6\}$  y  $t \in [0, 15)$ ,  $\nabla \circ \Delta(p', q') = 0$  para  $p' = (t, i, 3)$  y  $q' = (t, j, 3)$  con  $i \neq j$ ,  $i, j \in \{1, 2, 3\}$  y  $t \in [0, 15)$ ,  $\nabla \circ \Delta(r, s) = 7$  para  $r = (t, i, 3)$  y  $s = (t, j, 6)$  con  $i \in \{4, 5, 6\}$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$ , y  $t \in [0, 15)$  y  $\nabla \circ \Delta(r', s') = 7$  para  $r' = (t, i, 3)$  y  $s' = (t, j, 6)$  con  $i \in \{5, 6\}$ ,  $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ , y  $t \in [15, 21]$ .

Análogamente podemos encontrar que el contraste entre hombre y mujeres no es idénticamente 0 en todo el espacio, se puede encontrar puntos  $p, q$  tal que  $\nabla \circ \Delta(p, q) = 7$ , pero estos son los dos únicos valores que se pueden encontrar en el contraste.

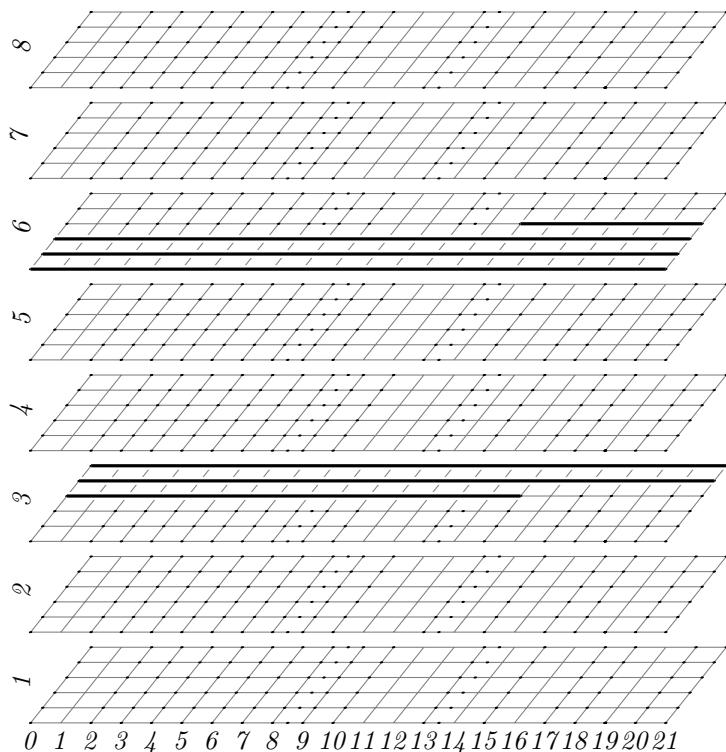
Debido a que el número de danzantes es 12 y el video cambia de planos constantemente, la representación de los diseños en el espacio no resulta ser efectiva y sencilla, aún con el uso de las herramientas tecnológicas. Adicionalmente el digrafo esqueleto para este fragmento resulta tener doce conjuntos de flechas ser muy sencillo: la mayoría de las flechas tendrán como cabeza y cola el mismo punto, debido a que los danzantes están en un mismo lugar durante todo el fragmento; en la imagen 4.12 los conjunto de flechas van a estar separados, no conectados, luego es sencillo diferenciarlos.

En relación a los referentes anteriores y este, existe una diferencia en las gráficas de los espacios  $R$  y  $E$ , ya que este fragmento se caracteriza por ritmo constante y el uso permanente del canon y la acumulación, característica que no estaba presente en ninguno de los fragmentos de piezas previos; generando un ambiente que dista en gran medida del ambiente que estaba presente en los referentes anteriores. Mediante estos argumentos se puede concluir que en la categorización de las piezas de danza contemporánea, este fragmento de ‘Abrazos, trampas y otras fábulas’ está

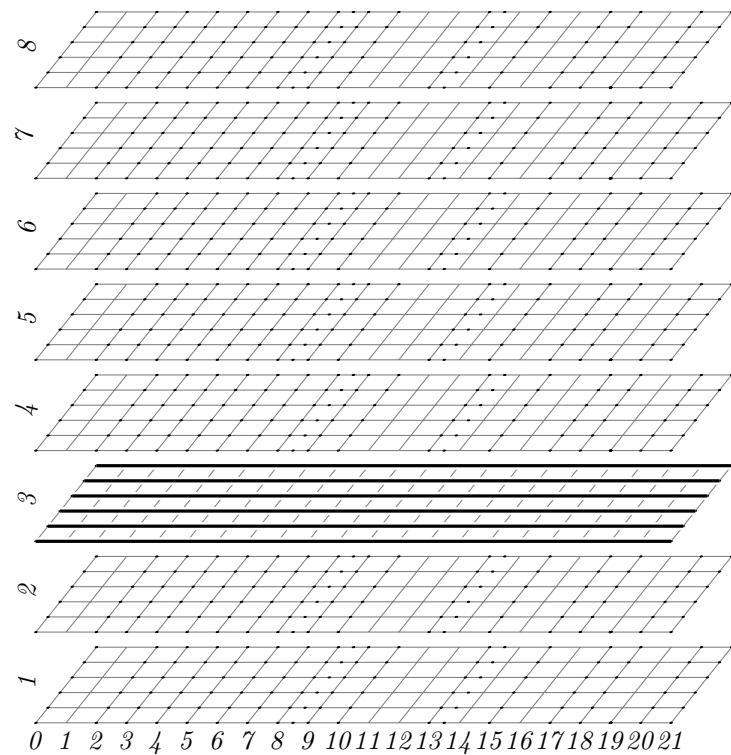
en una categoría diferente a correspondientes a los fragmentos de ‘Smoke’, ‘Triz’ y ‘Provocar lo inesperado’ antes analizados.



**Figura 4.12:** Esqueleto de los recorridos para la pieza ‘Abrazos, trapas y potras fábulas’



**Figura 4.13:** Gráfica en el espacio topológico  $E$  para la pieza ‘Abrazos, trampas y otras fábulas’ con danzantes hombres



**Figura 4.14:** Gráfica en el espacio topológico  $E$  para la pieza ‘Abrazos, trampas y otras fábulas’ con danzantes mujeres

## Capítulo 5

# Conclusiones

Después de atravesar por un cierto número de palabras y símbolos, posibles respuestas a las preguntas inicialmente planteadas emergen. Son posibles respuestas, porque desde el inicio, la elección de objetos, sobre los cuales capturar la sustancia de la forma, demarcan una ruta en la que no están todos los elementos, ni toda la información; algunos elementos importantes son dejados de lado, porque incluso desde otras disciplinas, estudiar esos aspectos, propone un desarrollo teórico lo suficientemente amplio y preciso. Tal vez no sea posible atrapar completamente la enigmática belleza de la danza mediante las matemáticas; en la danza existe algo que ni siquiera por el lenguaje puede ser atrapado.

Sin embargo, en el desarrollo aquí propuesto, hay un acercamiento asintótico a algunos elementos técnicos de la danza contemporánea, los cuales proporcionan una caracterización de las obras mediante el ambiente en que éstas envuelven al espectador. Este comportamiento se concluye mediante los referentes estudiados, en los que el aspecto y las propiedades presentes en los espacios topológicos  $R$ ,  $E$  y  $K$ , tienen una similitud en las piezas que dejan al espectador sumergirse en una dimensión similar. No obstante, dichas propiedades presentes en los espacios topológicos no son lo suficientemente sensibles a la composición total de la pieza, generando una categorización menos refinada.

La codificación matemática propuesta tiene un grado significativo de complejidad a la hora de formularlo y representarlo, ya que además de ser necesario un dominio y una claridad muy precisa sobre la coreografía y sus especificidades en cuanto a dinámicas, la visualización de las cuatro dimensiones del espacio topológico  $K$ , sólo se logra a través de la herramienta tecnológica de la animación; luego se debe tener acceso a ésta para poder obtener una visualización de las propiedades matemáticas de los diseños en el espacio, que después de todo es uno de los intereses estructurales de esta investigación.

También del lado matemático del desarrollo: debido a que éste está construido a partir de elementos “sencillos”, quedan aún muchos caminos, conceptos y desarrollos teóricos en los que buscar herramientas que permitan ver desde otro punto de vista las preguntas planteadas, y por tanto encontrar otras respuestas a éstas. La topología algebraica, la teoría geométrica de grupos, la geometría diferencial usual y discreta, las cohomologías y la homotopía de grupos son lugares en dónde puede haber valiosas herramientas que posteriormente pueden tomar las riendas de un desarrollo nuevo, o fusionarse con el ya propuesto para darle mayor riqueza matemática y precisión en el retorno a la danza contemporánea.

En otra dirección, algunas preguntas que se plantearon al final del primer capítulo encontraron una respuesta satisfactoria dentro de la codificación propuesta. El componente característico de la pieza en el que los elementos técnicos seleccionados encuentran una intersección, es la duración; debido a que cuando transcurre el tiempo, los cambios, tanto en el cuerpo del danzante como en el espacio, existen; y por tanto el espacio topológico que representa al tiempo, puede albergar dentro de sí la información de los elementos técnicos, mediante los demás espacios topológicos construidos, que se desenvuelven sobre este en forma de haces fibrados, para condensar aún más la información.

Adicionalmente, fue natural la aparición de una nueva posibilidad para estudiar categóricamente las piezas de danza contemporánea; mediante un criterio que este en íntima relación con lo real de la pieza, y no sólo con la dimensión superficial de la forma. Esta es, de alguna manera, una de las conclusiones más valiosas para este trabajo de investigación; ya que pone como elemento principal para una pieza de danza contemporánea, el impacto sobre la percepción del espectador. Y es que a fin de cuentas el arte, al ser político(de la misma forma que las matemáticas), debe tener como eje transversal su impacto en la sociedad, apuntando a función como herramienta de transformación social.

## Apéndice A

# Anexo: Construcción matemática del recorrido

En la sección 2.2.2 se hizo mención a una constricción hecha por el matemático Guerino Mazzola sobre el gesto; más adelante, en la sección 3.3, se usó dicha construcción sobre el espacio topológico  $K$ , para atrapar matemáticamente tanto el desplazamiento de los danzantes, como el rastro que dejan sus extremidades en la kine-superficie de Laban; dándole otra connotación a esta construcción y por tanto referirla como *recorrido*. En este anexo se puede encontrar una construcción más formal de dicho objeto matemático, a partir de las definiciones encontradas en [8] y la notación de la sección 3.3.

**Definición A.1.** *Un digrafo es una función  $\Gamma : A \rightarrow V \times V = V^2$ , donde  $V$  es un conjunto no vacío cuyos elementos son denominados vértices y  $A$  un conjunto cuyos elementos son denominados flechas;  $t = pr_1 \circ \Gamma$  es denominada la función cola del digrafo y  $h = pr_2 \circ \Gamma$  es denominada la función cabeza del digrafo.*

**Ejemplo A.1.** *Sea  $V_i = \{p \in \mathbb{R}^3 : p \text{ es ubicación principal del danzante } i, i \in D\}$  y  $A$  un conjunto de flechas, el digrafo  $\Psi_i$  es la relación de estas ubicaciones respecto al tiempo (Ver imagen 4.9).*

**Definición A.2.** *Sea  $\Gamma : A \rightarrow V^2$  y  $\Psi : B \rightarrow W^2$  dos digrafos, un morfismo  $f : \Gamma \rightarrow \Psi$  es un par  $f = (u, v)$ ,  $u : A \rightarrow B$  y  $v : V \rightarrow W$  funciones biyectivas tal que el siguiente diagrama comuta*

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{\Gamma} & V^2 \\ \downarrow u & & \downarrow (v, v) \\ B & \xrightarrow{\Psi} & W^2 \end{array}$$

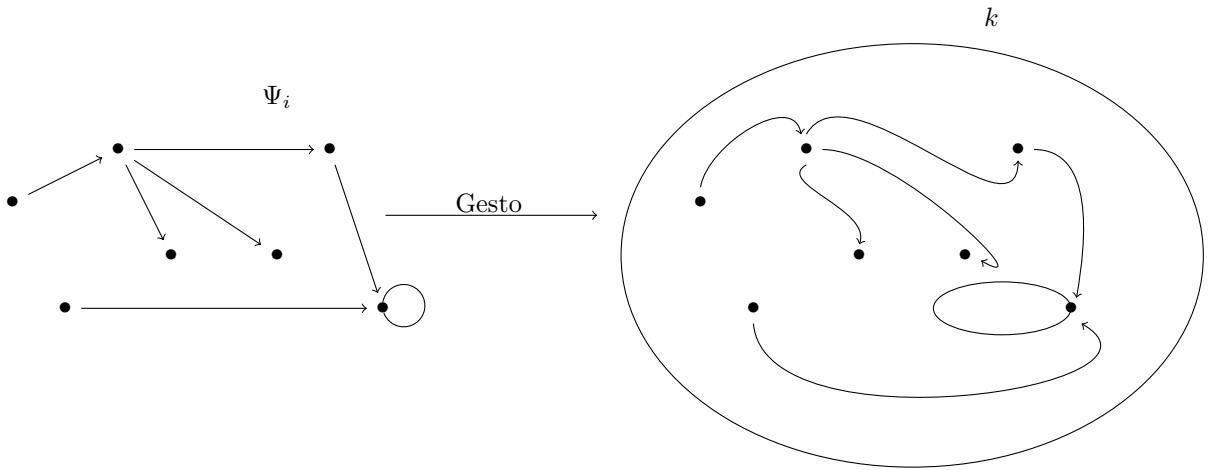
Note que el morfismo identidad de digrafos está dado en base a las funciones identidad de sus componentes, es decir, para un digrafo  $\Gamma : A \rightarrow V \times V$ , el morfismo identidad está dado mediante  $id_\Gamma = (id_A, id_V)$ . Adicionalmente usando la composición de las funciones, se puede mostrar la composición de morfismos resulta ser un morfismo nuevamente:

**Proposición A.1.** *Sean  $f = (u, v) : \Gamma \rightarrow \Psi$  y  $g = (u', v') : \Psi \rightarrow \Phi$  dos morfismos de digrafos, entonces  $g \circ f = (u' \circ u, v' \circ v) : \Gamma \rightarrow \Phi$  es un morfismo de digrafo*

*Demostración.* Por hipótesis se tiene que  $v^2 \circ \Gamma = \Psi \circ u$  y  $v'^2 \circ \Psi = \Phi \circ u'$ ; como  $u, u', v, v'$  son biyectivas entonces se puede concluir que:  $\Phi \circ u' \circ u = v'^2 \circ \Psi \circ u' = v'^2 \circ v^2 \circ \Gamma \circ u^{-1} \circ u = v'^2 \circ v^2 \circ \Gamma$   $\square$

**Definición A.3.** *Sea el espacio topológico  $K$ , el digrafo espacial  $\tilde{K}$  es un digrafo cuyo conjunto de vértices son los puntos de  $K$ , y el conjunto de flechas son funciones continuas  $f : I = [0, 1] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow K$ , en dónde  $I$  tiene la topología generada por intervalos de la forma  $(a, b)$  y  $[c, d]$ . Se define entonces  $h(f) = f(1)$  y  $t(f) = f(0)$ .*

**Definición A.4.** Sea un digrafo  $\Gamma$  y espacio topológico  $X$ , un **recorrido** es un morfismo de grafos  $g : \Psi_i \rightarrow \overrightarrow{K}$ .  $\Psi_i$  es llamado el **esqueleto** del recorrido y  $K$  su **cuerpo**.



**Figura A.1:** La proyección del esqueleto  $\Psi_i$  en el espacio topológico  $K$

Una representación gráfica sencilla de lo que es un gesto se puede visualizar claramente en la figura A.1. A continuación, se construye un espacio en que los recorridos estén compuestos a su vez de recorridos, de tal forma que se puedan atrapar los rastros de las extremidades del danzante matemáticamente. Para esto se introducen las siguientes definiciones:

**Definición A.5.** Sea un digrafo  $\Gamma$  y un espacio topológico  $X$ , se define  $\Gamma @ X$  como el conjunto de gestos  $g : \Gamma \rightarrow \overrightarrow{X}$  con esqueleto en  $\Gamma$  y cuerpo en  $X$ .

**Definición A.6.** La topología compacto-abierta para un conjunto de funciones continuas en  $\overrightarrow{K}$  consiste en todos los conjuntos de la forma  $\{f \in \overrightarrow{X} : f(C)O\}$  para  $C$  un subconjunto compacto de  $[0, 1]$  y  $O$  un subconjunto abierto de  $K$

En la definición anterior, están en juego conjuntos compactos de  $I$ , pero en la definición A.3 la topología de  $I$  es diferente a la usual, luego la caracterización de los conjuntos compactos es diferente. Este detalle técnico hace que la topología compacto-abierta no sea la misma que con la topología usual en  $I$ , pero no afecta ninguna de las construcciones posteriores aquí desarrolladas.

Note que si  $\Gamma$  es un digrafo con dos vértices y sólo una flecha, el conjunto  $\Gamma @ X$  son simplemente caminos continuos en en el espacio topológico  $X$  que unen dos puntos en el espacio; es decir; se puede construir un morfismo de digrafos entre  $\Gamma @ X$  y  $\overrightarrow{X}$ , y para  $\overrightarrow{X}$  se tiene la topología compacto-abierta de la definición A.6.

El argumento anterior se puede extender fácilmente a digrafos con un número arbitrario de vértices y flechas, considerando la restricción del recorrido a cada flecha del digrafo, y luego usando de nueva la topología de la definición A.6.

**Definición A.7.** Sean digrafos  $\Gamma$ ,  $\bar{\Gamma}$  y un espacio topológico  $X$ , se define un **hiper-recorrido** como un recorrido  $G : \bar{\Gamma} \rightarrow \Gamma @ X$  con esqueleto en  $\bar{\Gamma}$  y cuerpo en  $\Gamma @ X$ .

**Ejemplo A.2.** Sean  $\Psi_i$  y  $\Phi_i$  digrafos tal que los vértices de  $\Psi_i$  son ubicaciones principales y sus flechas son la relación de éstas en el tiempo, y los vértices de  $\Phi_i$  son puntos de  $\mathbb{R}^3$  que representan las ubicaciones de los extremidades del danzante, y sus flechas son la relación de éstas en el tiempo. Para el digrafo  $\Phi_i$  se tiene un recorrido en el espacio  $g' : \Phi_i \rightarrow K$  tal que  $g' \in \Phi_i @ K$ . Dichos recorridos tienen como cuerpo los desplazamientos de los segmentos corporales del danzante en el espacio. Se concluye entonces que para el digrafo  $\Psi_i$  existe un recorrido  $g : \Psi_i \rightarrow \Phi_i @ K$ , tal que a cada flecha entre ubicaciones principales, se le asigna un recorrido  $g' \in \Phi_i @ K$

# Bibliografía

- [1] ALEMANY LÁZARO, MARIA JOSÉ, *Historia de la Danza I. Recorrido por la evolución de la danza desde los orígenes hasta el siglo XIX*, SPILES, Editorial de Música S. A, 2010.
- [2] ALEMANY LÁZARO, MARIA JOSÉ, *Historia de la Danza II. La danza moderna hasta la Segunda Guerra Mundial*, SPILES, Editorial de Música S. A, 2012.
- [3] ARIAS, JUAN SEBASTIÁN, *Gesture Theory: Topos-Theoretic Perspectives and Philosophical Framework (Doctorado)*, Universidad Nacional de Colombia, 2018.
- [4] GUEST, ANN H., *Coreo-Graphics: A comparison of dance notation systems from the fifteenth century to the present*, Gordon and Breach, 1989.
- [5] LABAN, RUDOLF, *Danza educativa moderna*, Paidos, 1989.
- [6] LABAN, RUDOLF, *El dominio del movimiento*, Fundamentos, 1987.
- [7] LIERN CARRIÓN, VICENT , PÉREZ, GLADISH y PÉREZ LEÓN, VIVIAN, *Música, danza y matemáticas naturalmente*, Suma, 2012.
- [8] MAZZOLA, GUERINO; MANNONE, MARIA; PANG, YAN, *Cool Math for Hot Music*, Springer International Publishing, 2016.
- [9] ORDING, PHILIP, *Round and Round and Round*, Blurb Incorporated, 2014.
- [10] PRUDHOMMEAU, GERMAINE, *Danse et mathématiques*, Nundan, 1987.
- [11] SARDÓN MUÑOZ, CRISTINA, *Primera lección de danza clásica para matemáticos*, Matemáticas y sus fronteras, 2016.
- [12] SARDÓN MUÑOZ, CRISTINA, *Las formas matemáticas de la danza* , 2017.
- [13] SCHAFFER, KARL, *Math dance: With Dr. Schaffer and Mr. Stern Spiral-bound*, Schaffer, Stern, Kim Edition, 2001.
- [14] TENNISON, B. R., *Sheaf Theory*, Cambridge University Press, 1975.
- [15] VENU, GOPAL, *The Language of Kathakali: Notations of 874 Hand Gestures (Dance Notation Series)*, Natanakairali-CSIS, 2000.